ACADEMIC CENTRE
FOR MATERIALS
AND NANOTECHNOLOGY AGH

AGH

W poszukiwaniu stanów związanych Majorany w nanostrukturach hybrydowych

Michał Nowak

(QuTech, Delft):
M. Wimmer, A. Akhmerov, A. Vuik, J. Kammhuber, M. C. Cassidy, H. Zhang, Ö. Gül, S. Conesa-Boj, K. Zuo, V. Mourik, F. K. de Vries, J. van Veen, D. J. van Woerkom, D. Car, S. Plissard, F. Pei, E. P. A. M. Bakkers, M. Quintero-Pérez, S. Goswami, K. Watanabe, T. Taniguchi, L. P. Kouwenhoven

(Station Q Copenhagen, Kopenhaga):
M. Kjaergaard, H. J. Suominen, M. P. Nowak, A. R. Akhmerov, J. Shabani, C. J. Palmstrøm, F. Nichele, C. M. Marcus

(AGH, Kraków):
Bartłomiej Szafran, Paweł Wójcik

15 marca 2019, Kraków

Stany związane Majorany: wstęp

Fermiony Majorany przewidziane jako rzeczywiste rozwiązania równania Diraca w 1937 przez E. Majorana

Możemy zdefiniować opery fermionowe jako:

$$\gamma_i = \gamma_i^\dagger$$

$$\gamma_{i,1} \equiv \frac{1}{2}(c_i + c_i^\dagger)$$

$$\gamma_{i,2} \equiv \frac{1}{2i}(c_i - c_i^\dagger)$$

$$c^\dagger \equiv \gamma_1 + i\gamma_2$$

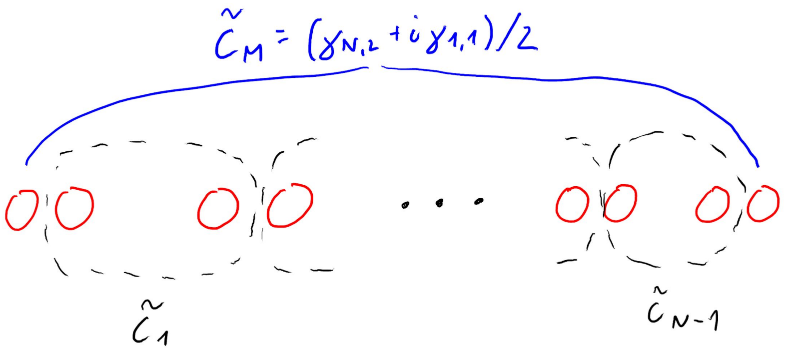
$$c \equiv \gamma_1 - i\gamma_2$$

Para Majoran tworzy wzbudzenie fermionowe.
Neutralne (pół-elektron, pół-dziura), przypominają wzbudzenia kwazicząstkowe w nadprzewodniku

Jednak co jest szczególnego w zmianie reprezentacji?

1906 - ??

Stany związane Majorany: wstęp



$$\mathcal{H}_{\text{chain}} = -\mu \sum_{i=1}^{N} n_i - \sum_{i=1}^{N-1} (t c_i^\dagger c_{i+1} + \Delta c_i c_{i+1} + \text{h.c.})$$

A. Kitaev, Physics-Uspekhi (2001)

Przepiszmy na język operatorów Majorany:

dla $\mu = 0, t = \Delta$ $\quad \mathcal{H}_{\text{chain}} = -\mathrm{i}t \sum_{i=1}^{N-1} \gamma_{i,2}\gamma_{i+1,1}$

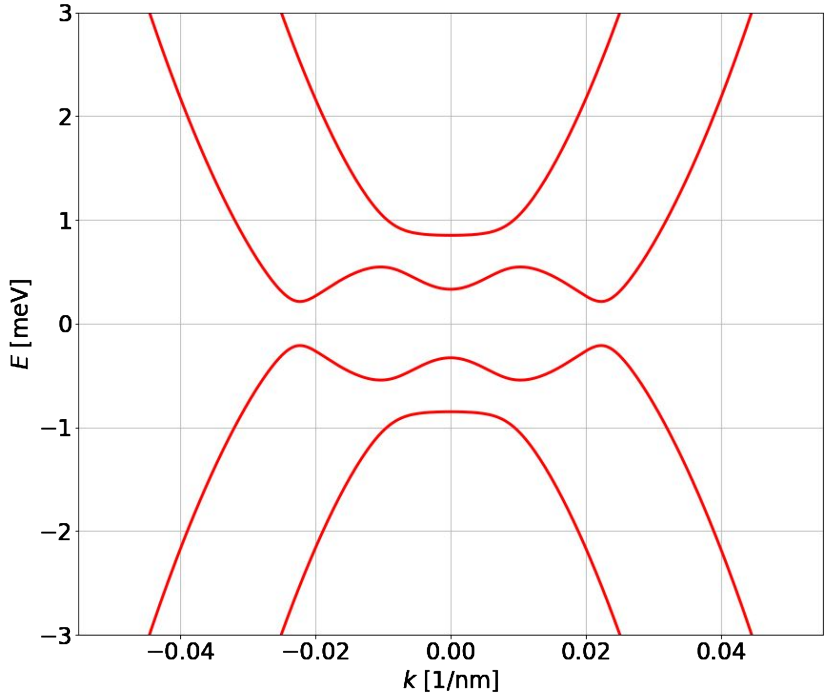
zdefiniujmy nowy operator Fermionowy $\quad \tilde{c}_i = (\gamma_{i+1,1} + \mathrm{i}\gamma_{i,2})/2 \quad \mathcal{H}_{\text{chain}} = 2t \sum_{i=1}^{N-1} \tilde{c}_i^\dagger \tilde{c}_i$

$$\tilde{c}_M = (\gamma_{N,2} + \mathrm{i}\gamma_{1,1})/2$$

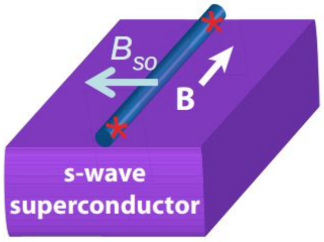
Nielokalny stan fermionowy!

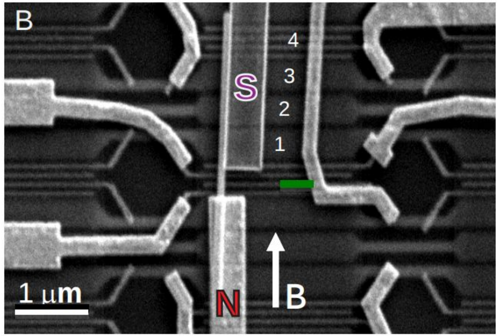
- Kwazijednowymiarowe nanodruty [Y. Oreg, et al., PRL **2010**, R. M. Lutchyn PRL **2010**]

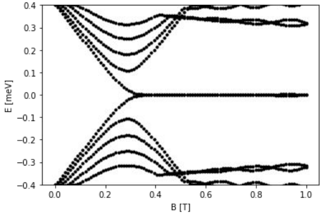
Stany związane Majorany: nanodruty hybrydowe

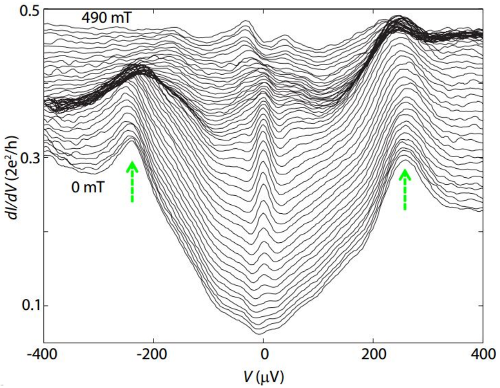


Realization in a quasi-one dimensional wire, promise of fault tolerant quantum computation.





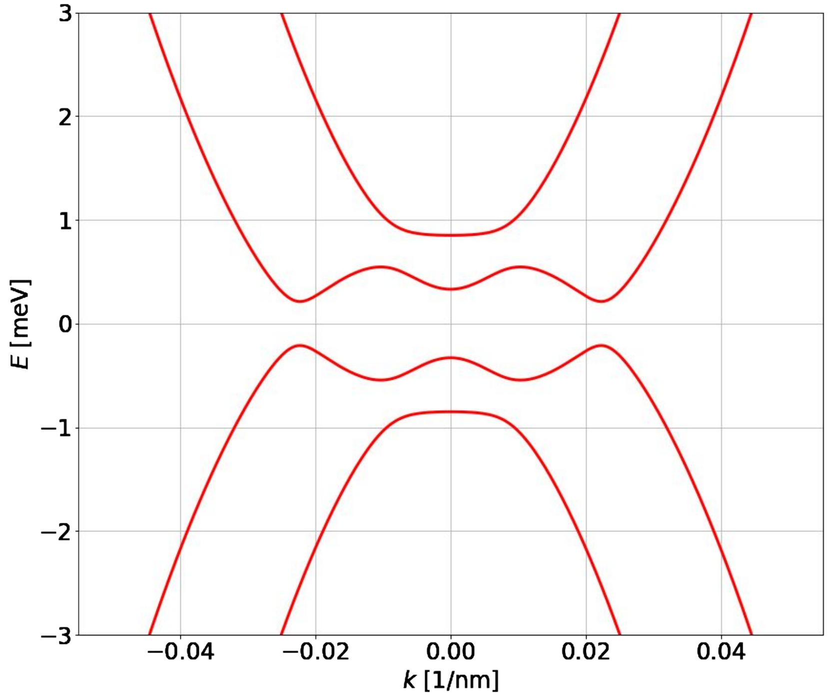


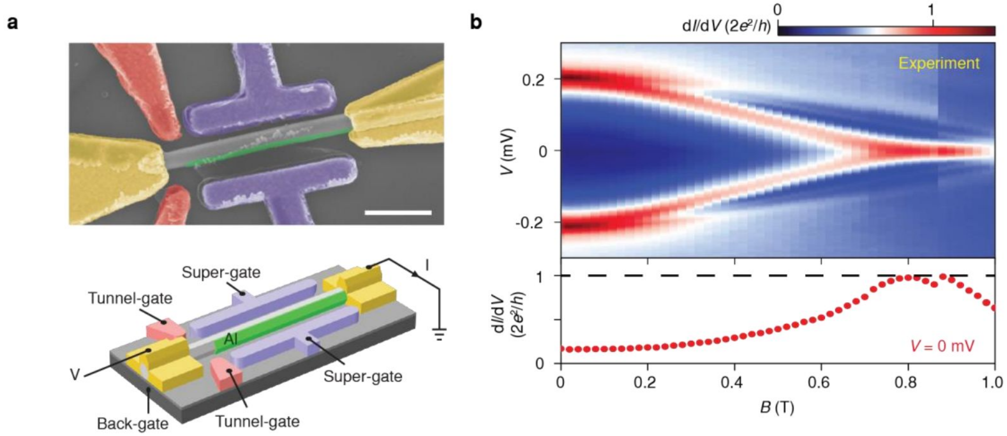


$$H = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*}\tau_z - \alpha k_x \sigma_y \tau_z + \frac{1}{2} g\mu_B B \sigma_{z(x)}\tau_0 + \Delta\tau_x$$

V. Mourik, et al., Science (2012)

Stany związane Majorany: nanodruty hybrydowe





H. Zhang, et al., Nature (2018)

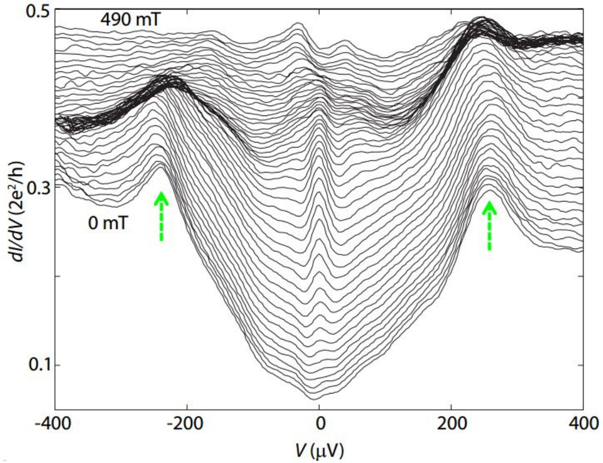
$$H = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*}\tau_z - \alpha k_x \sigma_y \tau_z + \frac{1}{2} g \mu_B B \sigma_{z(x)} \tau_0 + \Delta \tau_x$$

Składniki topologicznego nadprzewodnictwa - plan prezentacji

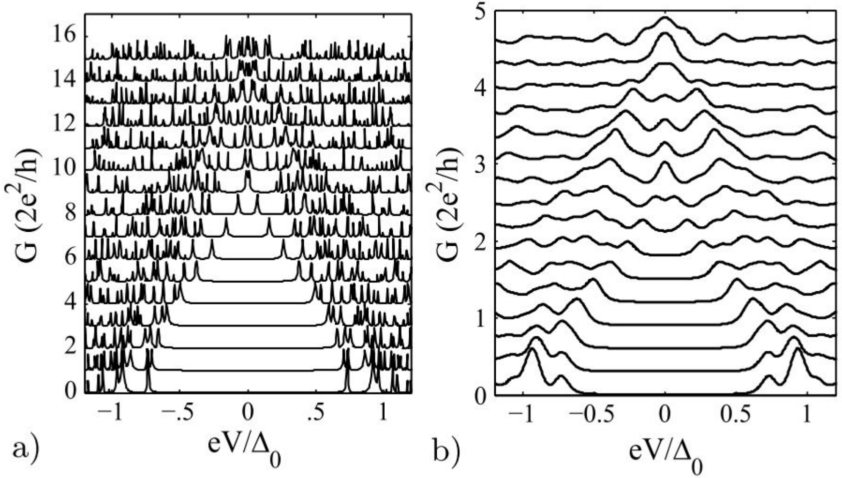
- Balistyczny, niskowymiarowy półprzewodnik w kontakcie z nadprzewodnikiem
- Silne sprzężenie spin-orbita
- Obecność zewnętrznego pola magnetycznego

1. **M. P. Nowak**, B. Szafran, Applied Physics Letters 103, 202404 (2013).
2. **M. P. Nowak**, K. Kolasiński, B. Szafran, Physical Review B 90, 035301 (2014).
3. **M. P. Nowak**, B. Szafran, Physical Review B 91, 085102 (2015).
4. M. Kjaergaard, F. Nichele, H. J. Suominen, **M. P. Nowak**, M. Wimmer, A. R. Akhmerov, J. A. Folk, K. Flensberg, J. Shabani, C. J. Palmstrøm, C. M. Marcus, Nature Communications 7, 12841 (2016).
5. M. Kjaergaard, H. J. Suominen, **M. P. Nowak**, A. R. Akhmerov, J. Shabani, C. J. Palmstrøm, F. Nichele, C. M. Marcus, Physical Review Applied 7, 034029 (2017).
6. J. Kammhuber, M. C. Cassidy, F. Pei, **M. P. Nowak**, A. Vuik, Ö. Gül, D. Car, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, M. Wimmer, L. P. Kouwenhoven, Nature Communications 8, 478 (2017)
7. H. Zhang, Ö. Gül, S. Conesa-Boj, **M. P. Nowak**, M. Wimmer, K. Zuo, V. Mourik, F. K. de Vries, J. van Veen, M. W. A. de Moor, J. D. S. Bommer, D. J. van Woerkom, D. Car, S. R Plissard, E.P.A.M. Bakkers, M. Quintero-Pérez, M. C. Cassidy, S. Koelling, S. Goswami, K. Watanabe, T. Taniguchi, L. P. Kouwenhoven, Nature Communications 8, 16025 (2017).
8. **M. P. Nowak**, P. Wójcik, Physical Review B 97, 045419 (2018).
9. P. Wójcik, **M. P. Nowak**, Physical Review B 97, 235445 (2018).
10. **M. P. Nowak**, P. Wójcik, Applied Physics Letters 114, 043104 (2019).
11. **M. P. Nowak**, M. Wimmer, A. R. Akhmerov, Physical Review B 99 075416 (2019).

Balistyczny transport w zbramkowanym półprzewodniku



Rezonanse przez nieporządek?

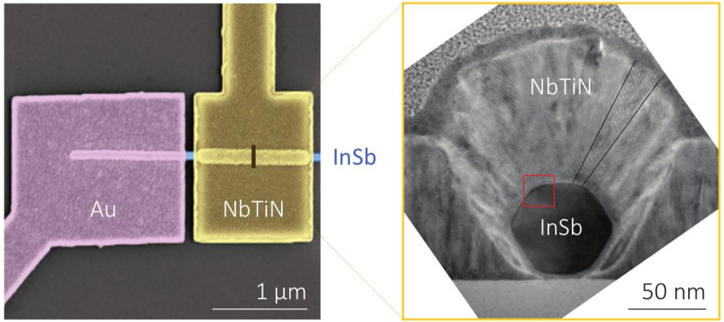


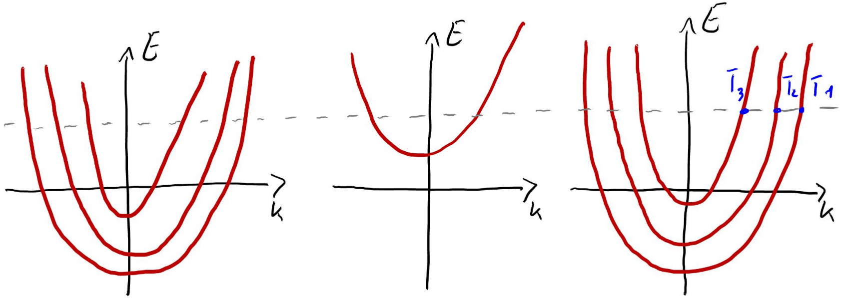
Jie Liu, et al., PRL (2012)

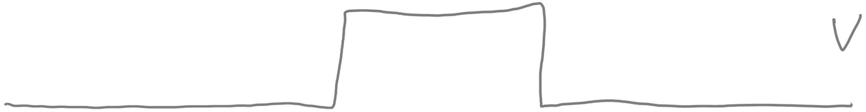
Niezbędny element do wiarygodnych pomiarów stanów Majorany: transport balistyczny

$$H = \frac{\hbar^2}{2m^*}(k_x + \frac{eA}{h} \cdot \tau_z)^2\tau_z + V_d\tau_z + \frac{1}{2}g\mu_B B\sigma_{z(x)}\tau_0 - \alpha k_x\sigma_y\tau_z + \Delta\tau_x$$

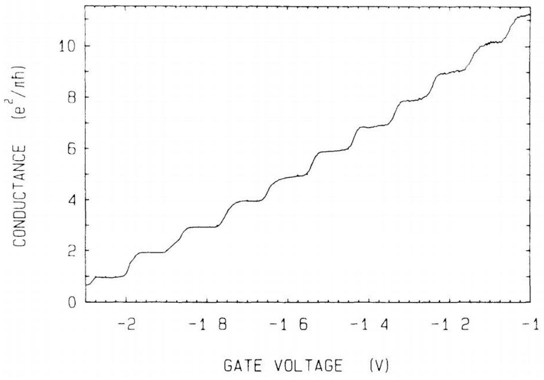
Balistyczny transport w zbramkowanym półprzewodniku





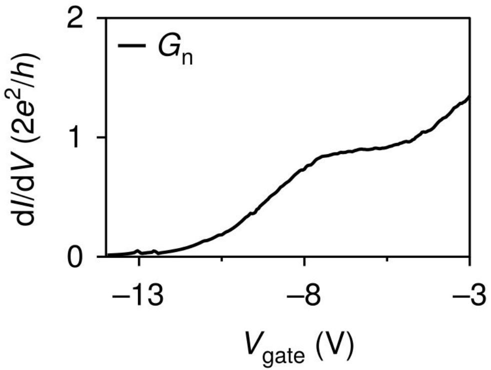


Kwantyzacja konduktancji w QPC

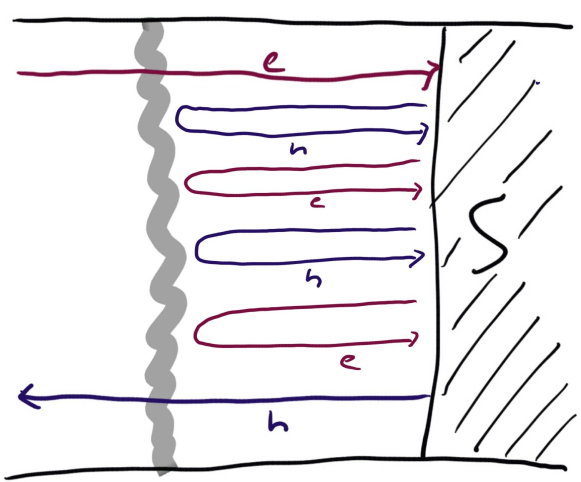


B. J. van Wees, Phys. Rev. Lett. (1988)

$$G_N = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^{N} T_n$$

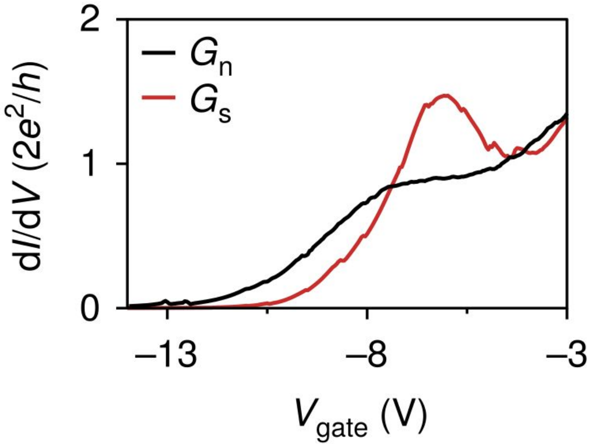


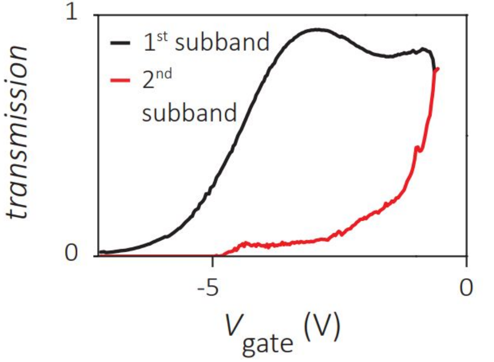
Balistyczny transport w zbramkowanym półprzewodniku

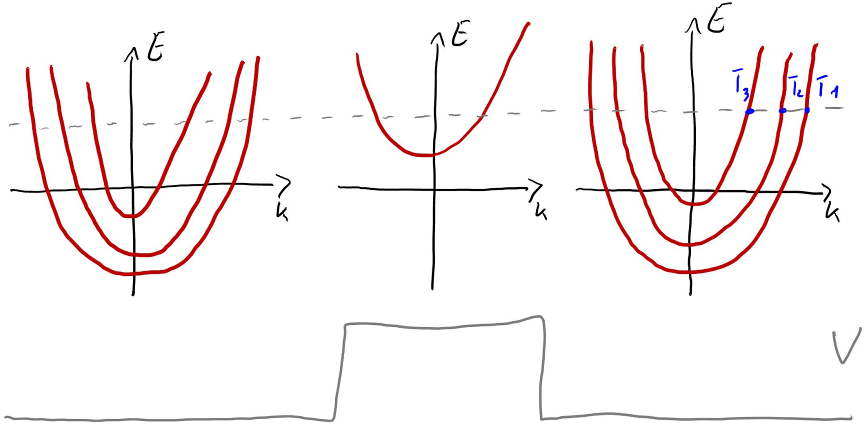


$$G_{NS} = \frac{4e^2}{h} \sum_{n=1}^{N} \frac{T_n^2}{(2 - T_n)^2}$$

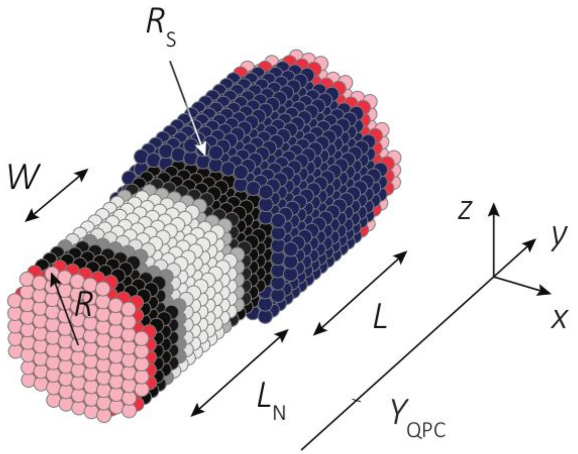
C. W. J. Beenakker, Phys. Rev. B (1992)







Balistyczny transport w zbramkowanym półprzewodniku



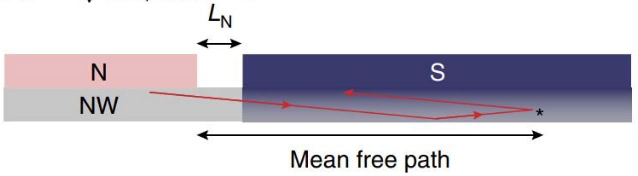
BdG Hamiltonian:

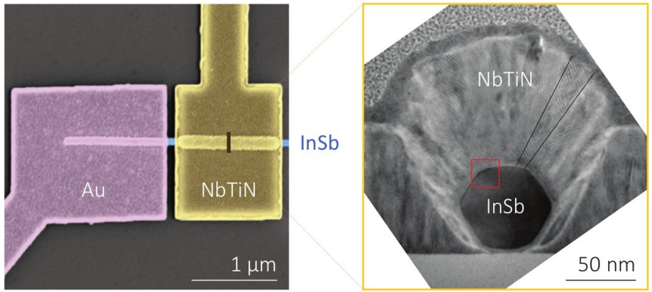
$$H = \left(\frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m^*} - \mu + V(x,y,z)\right)\tau_z + \Delta(x,y,z)\tau_x$$

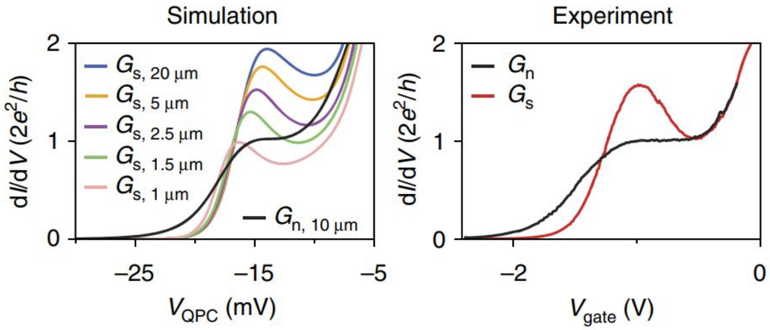
Nieporządek

$$V(x,y,z) = \tilde{V}_{qpc}(y) + V_D(x,y,z)$$

$$U_0 = \sqrt{3\pi / l_e m^{*2} a^3}$$

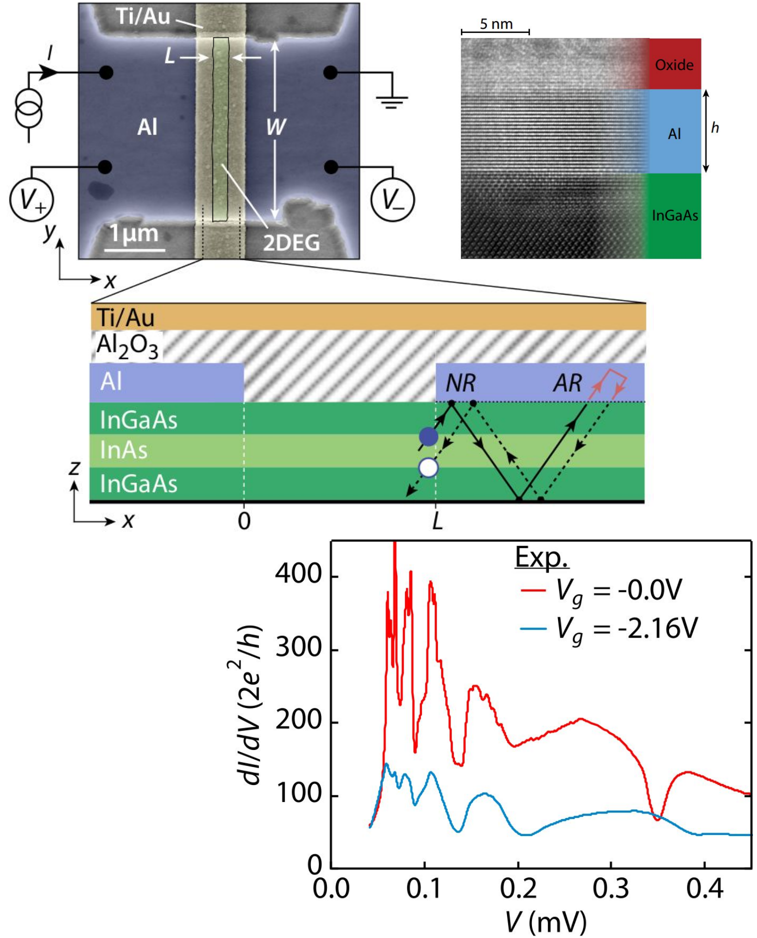


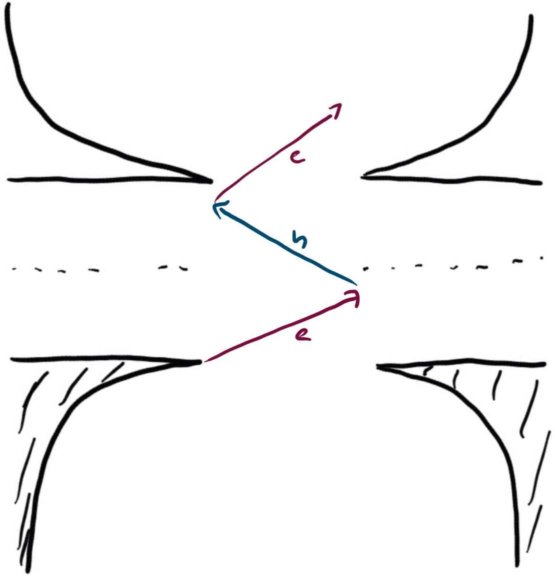




H. Zhang, Ö. Gül, S. Conesa-Boj, MPN, et al., Nat. Commun. 8, 16025 (2017).

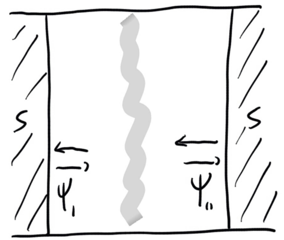
Pomiary transparencji, liczby modów i wzbudzonej przerwy.





Liczba rozproszeń i odbić Andreeva zależy od przyłożonego napięcia.

Pomiary transparencji, liczby modów i wzbudzonej przerwy.



$$a(E) = \frac{1}{\Delta}\begin{cases} E - \mathrm{sgn}(E)\sqrt{E^2-\Delta^2} & |E| > \Delta \\ E - i\sqrt{\Delta^2 - E^2} & |E| < \Delta \end{cases}$$

$$S_e = \begin{pmatrix} r & t \\ t & -r^* t/t^* \end{pmatrix}$$

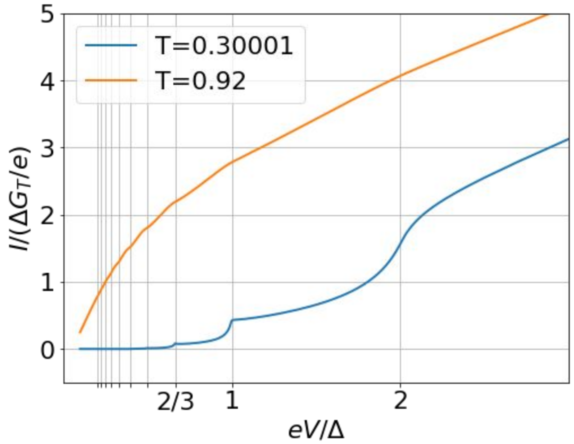
$$\Psi_I = \sum_n \left[\begin{pmatrix} A_n^e + J\delta_{n0} \\ A_n^h \end{pmatrix} e^{ikx} + \begin{pmatrix} B_n^e \\ B_n^h \end{pmatrix} e^{-ikx} \right] e^{-i(E+2neV)t/\hbar},$$

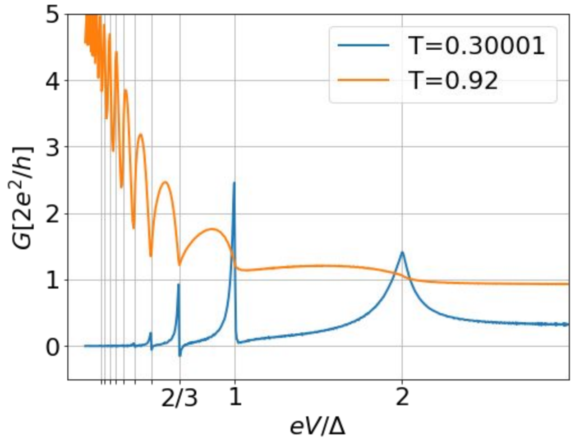
$$\Psi_{II} = \sum_n \left[\begin{pmatrix} C_n^e \\ C_n^h \end{pmatrix} e^{ikx} + \begin{pmatrix} D_n^e \\ D_n^h \end{pmatrix} e^{-ikx} \right] e^{-i[E+(2n+1)eV]t/\hbar}.$$

$$\begin{pmatrix} B_n^e \\ C_n^e \end{pmatrix} = S_e \begin{pmatrix} A_n^e + J\delta_{n0} \\ D_n^e \end{pmatrix}$$

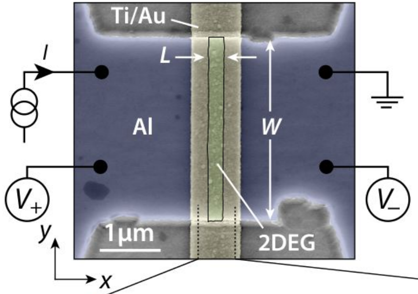
$$\begin{pmatrix} A_n^e \\ B_n^h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{2n} & 0 \\ 0 & a_{2n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_n^h \\ B_n^e \end{pmatrix}$$

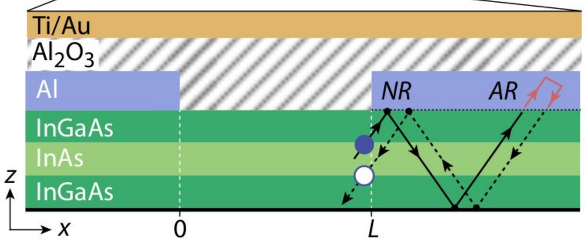
$$I = \sum_k I_k e^{2keiVt/\hbar} \qquad I_k = -\frac{e}{\hbar\pi}\int_{-E-V}^{E} dE \tanh\left(\frac{E}{2k_bT}\right)\sum_n (\mathbf{A}_{k+n}^* \mathbf{A}_n - \mathbf{B}_{k+n}^* \mathbf{B}_n)$$

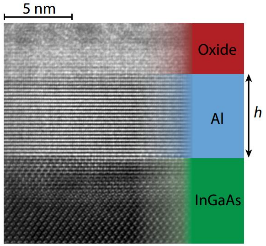




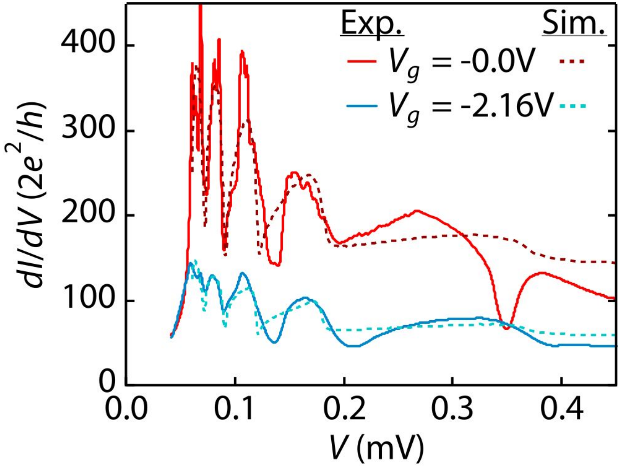
Pomiary transparencji, liczby modów i wzbudzonej przerwy.







$$G(V) = \sum_i^M N_i G^{(\tau_i)}(V)$$



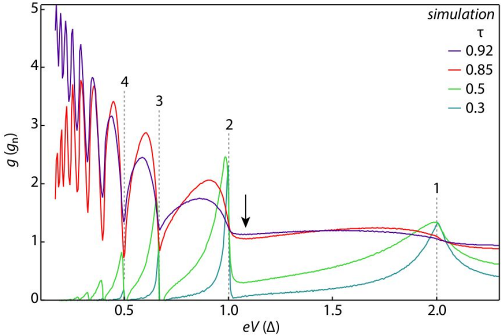
$$N_1 = 199, \tau_1 = 0.98$$

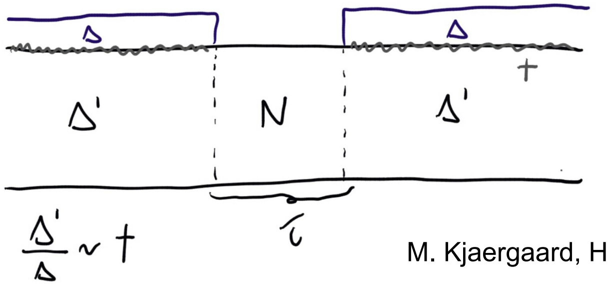
$$N_2 = 109, \tau_2 = 0.8$$

$$\Delta' = 182\ \mu\text{eV}$$

$$\Delta = 237\ \mu\text{eV}$$

Dipy konduktancji wyznaczają wzbudzoną przerwę!



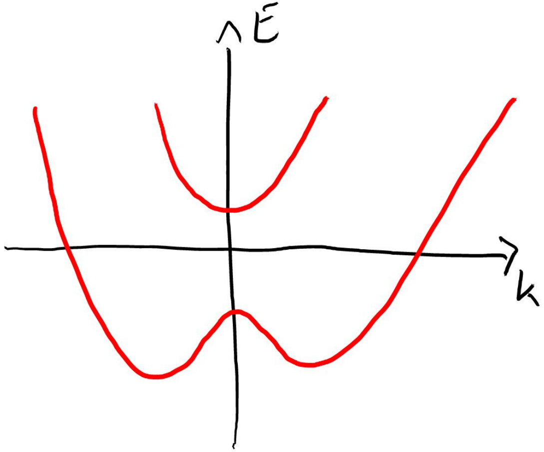


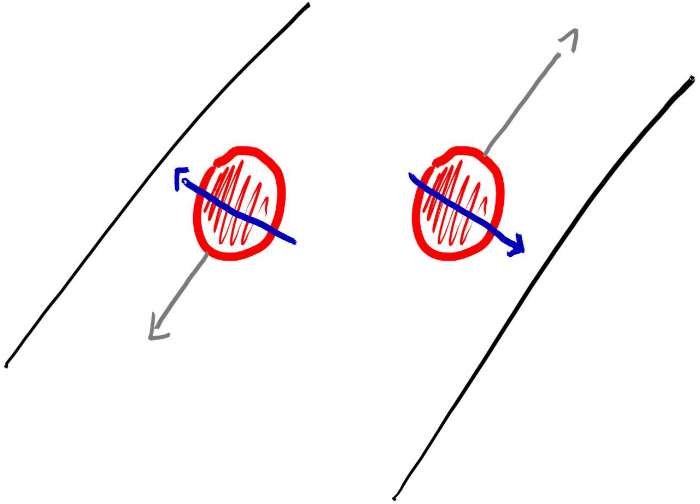
M. Kjaergaard, H. J. Suominen, MPN, et al., Phys. Rev. Appl. (2017)

Przerwa helikalna: spin określany pędem

Wiele lat obserwacji stanów Majorany, jednakże brak pomiarów przerwy helikalnej!

Oddziaływanie spin-orbita + pole magnetyczne -> efektywne bezspinowe nadprzewodnictwo

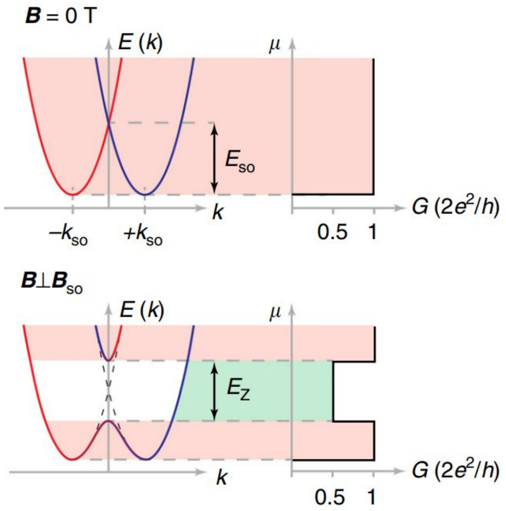


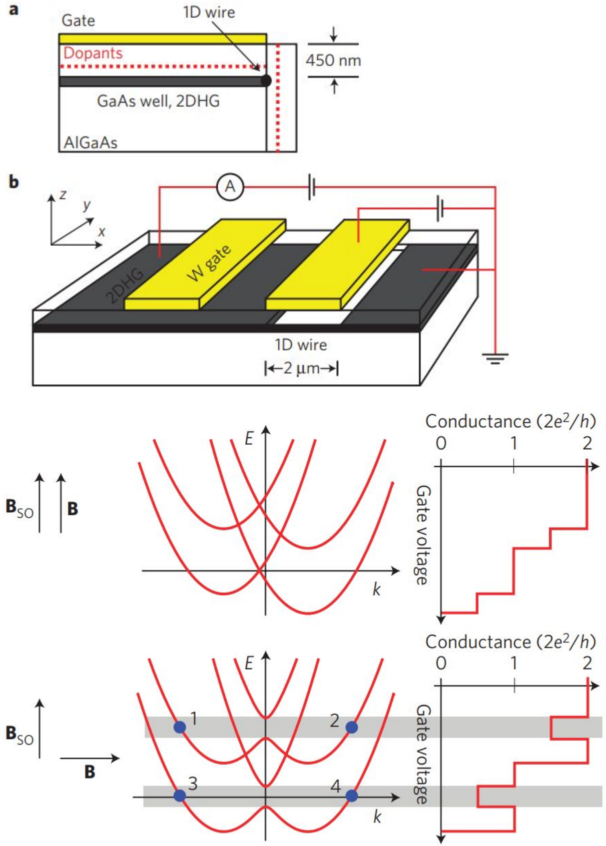


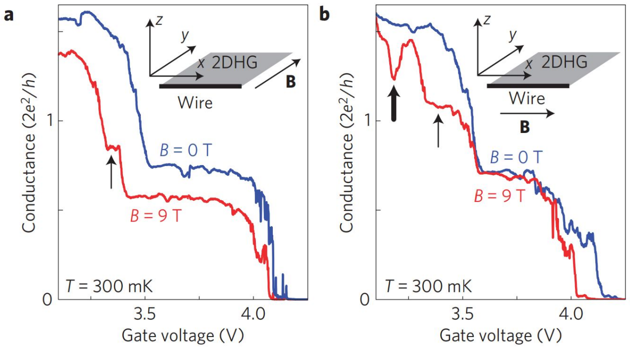
$$H = \frac{\hbar^2}{2m^*}(k_x + \frac{eA}{h} \cdot \tau_z)^2\tau_z + V_d\tau_z + \frac{1}{2}g\mu_B B\sigma_{z(x)}\tau_0 - \alpha k_x\sigma_y\tau_z + \Delta\tau_x$$

Przerwa helikalna: spin określany pędem

Oznaki w pomiarach transportowych

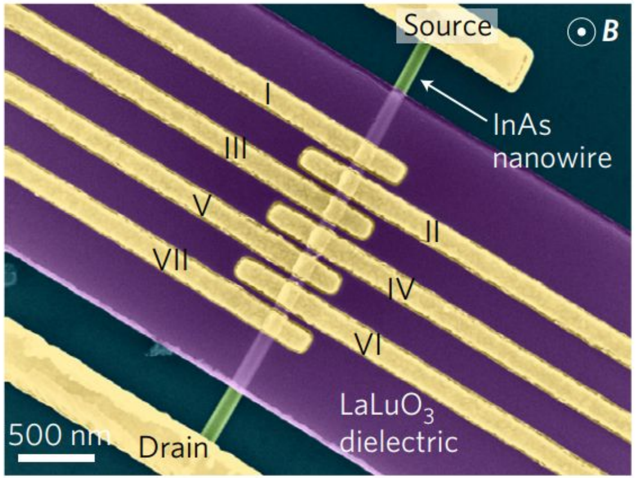




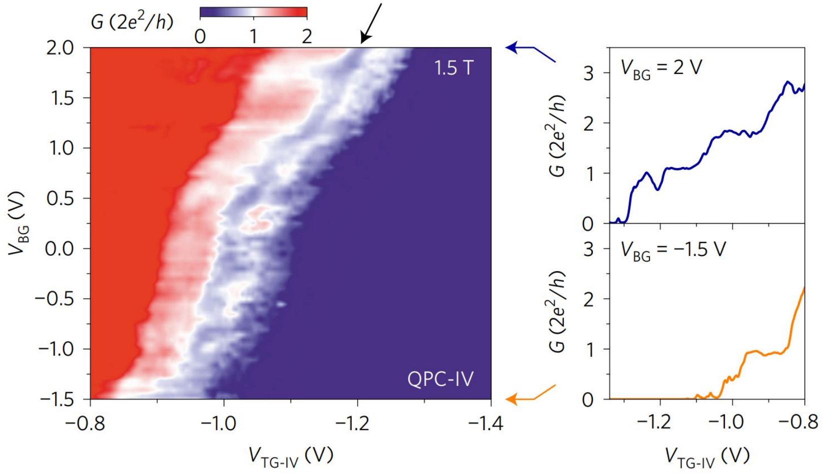


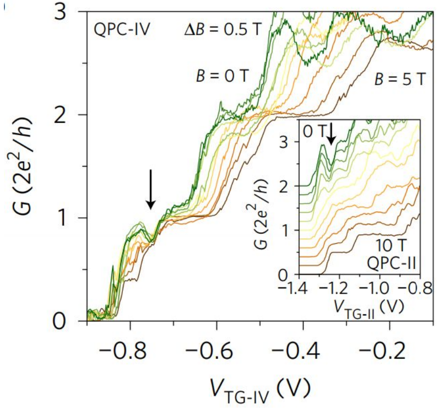
C. H. L. Quay, et al., Nature Physics (2010)

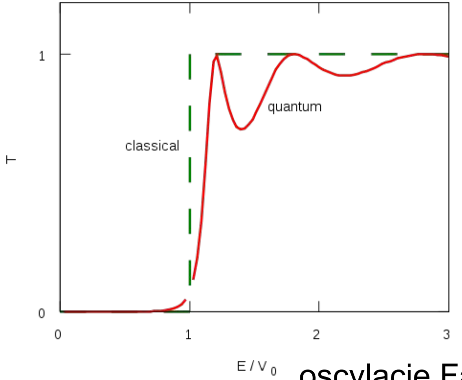
Przerwa helikalna: spin określany pędem



S. Heedt, et al., Nature Physics (2017)

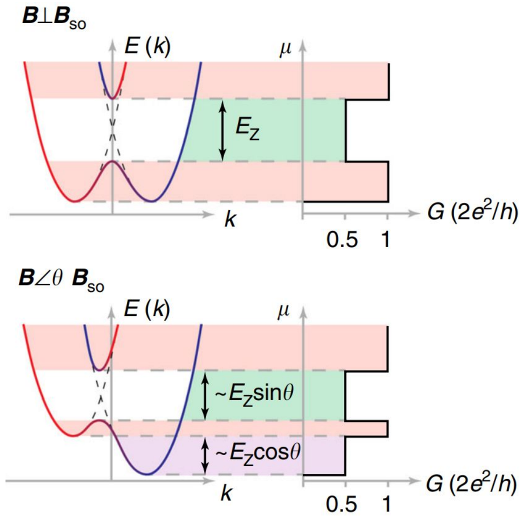


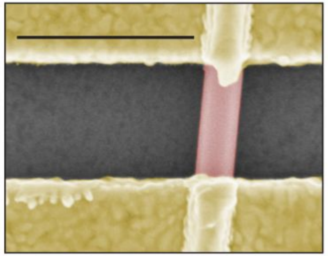


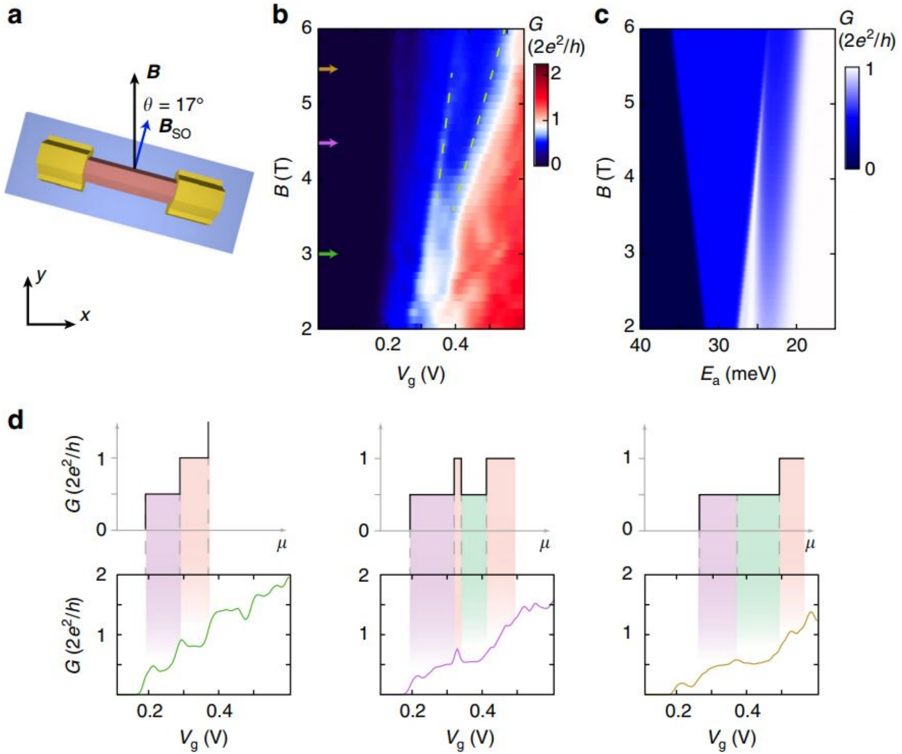


oscylacje Fabry-Perot?

Przerwa helikalna: spin określany pędem





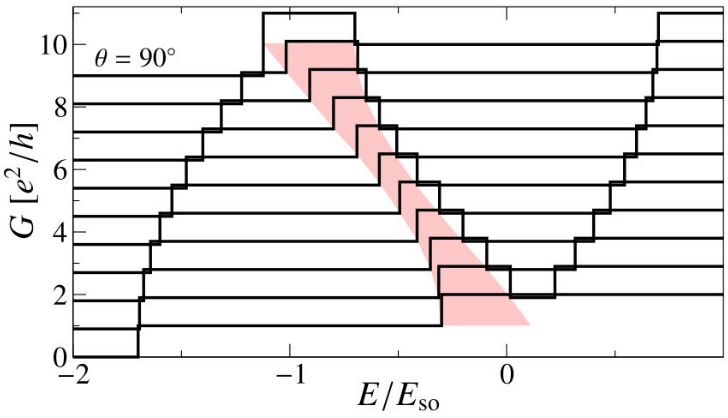


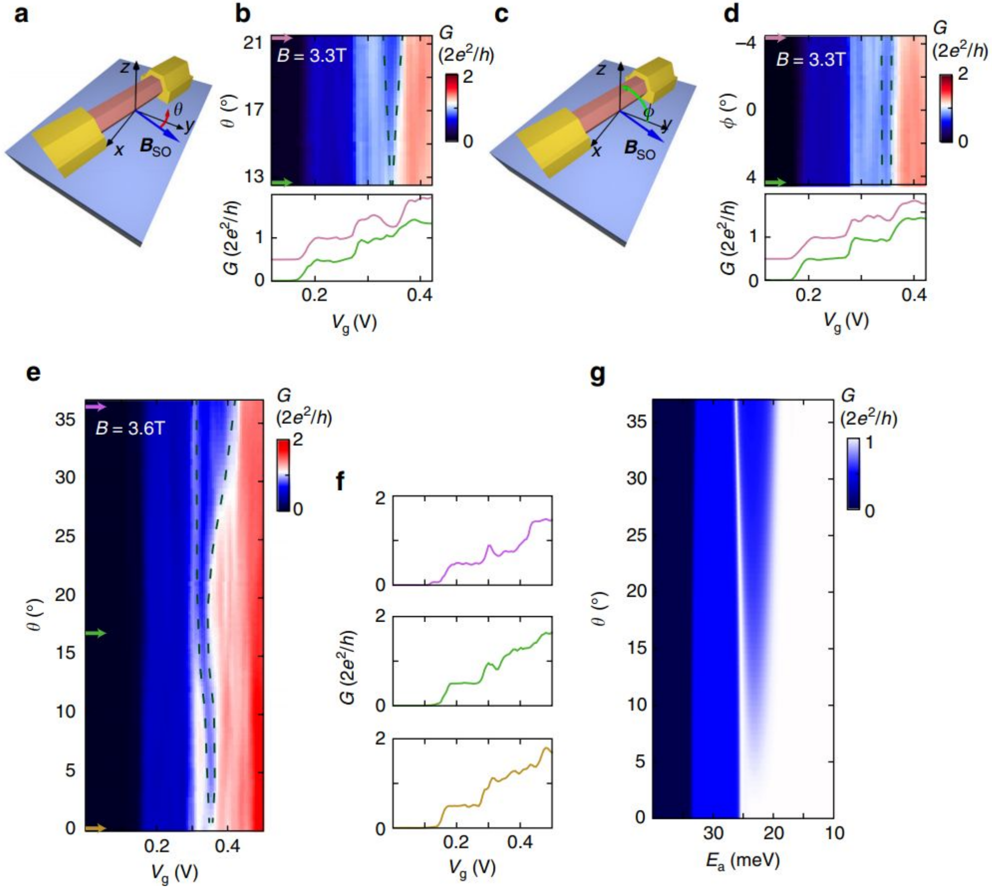
$$\mathcal{H} = \left[\frac{\hbar^2 k_x^2}{2m^*} + V(x)\right]\sigma_0 + \alpha\sigma_y k_x + \frac{1}{2} g\mu_{\mathrm{B}} B(\sigma_{\mathrm{x}}\sin\theta + \sigma_{\mathrm{y}}\cos\theta)$$

J. Kammhuber, ... , MPN, et al. Nature Commun. (2017)

Przerwa helikalna: spin określany pędem

Rotation of the magnetic field!

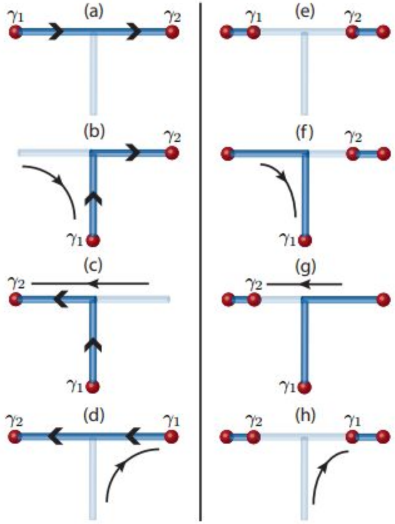




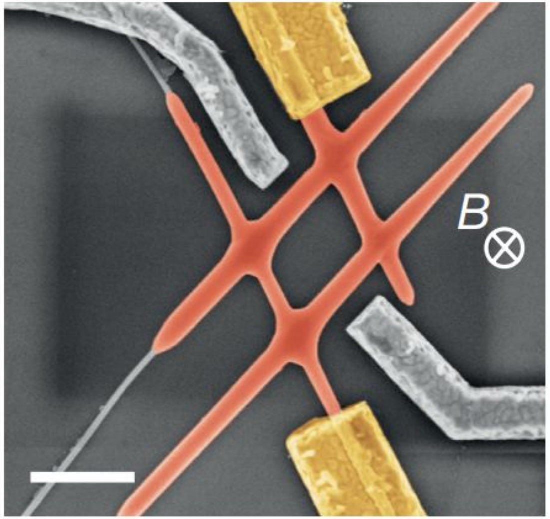
- Symulacje elektrostatyki umożliwiły określenie kształtu bariery potencjału.
- Zaobserwowano odpowiednią zależność od orientacji pola.

Ku bramkom topologicznym: wieloterminalowe hybrydy

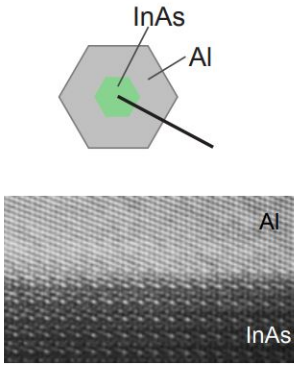
Pole prostopadłe niezbędne dla operacji braidingu.



J. Alicea, et al., Nature Physics (2010)



S. Gazibegovic, et al., Nature (2017)



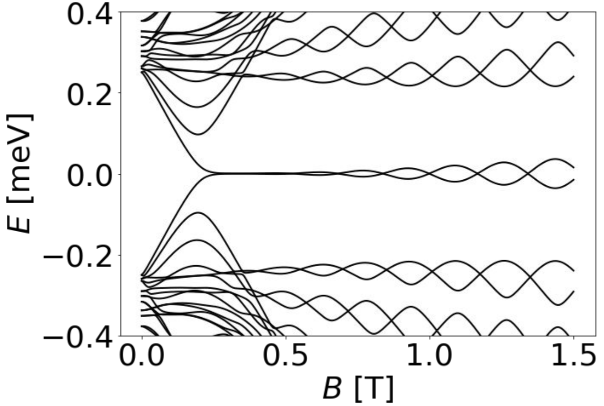
W. Chang, et al., Nature Nano (2015)

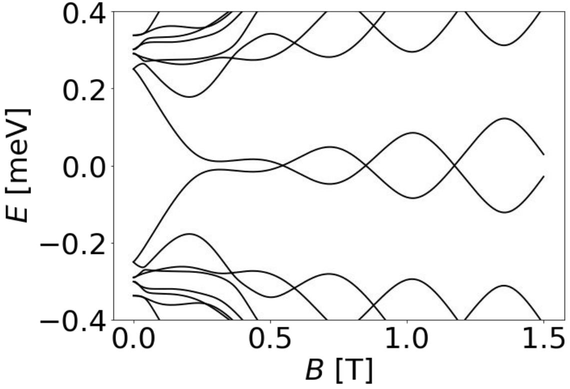
Druty przykryte powłoką Al - nieodzowne efekty orbitalne pola magnetycznego.

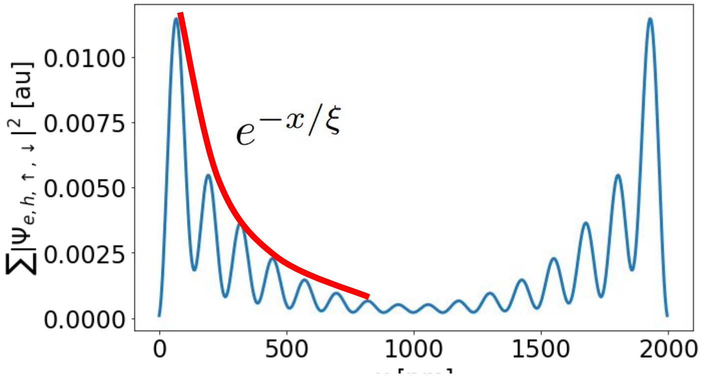
$$H = \frac{\hbar^2}{2m^*}(k_x + \frac{eA}{h} \cdot \tau_z)^2 \tau_z + V_d \tau_z + \frac{1}{2} g \mu_B B \sigma_{z(x)} \tau_0 - \alpha k_x \sigma_y \tau_z + \Delta \tau_x$$

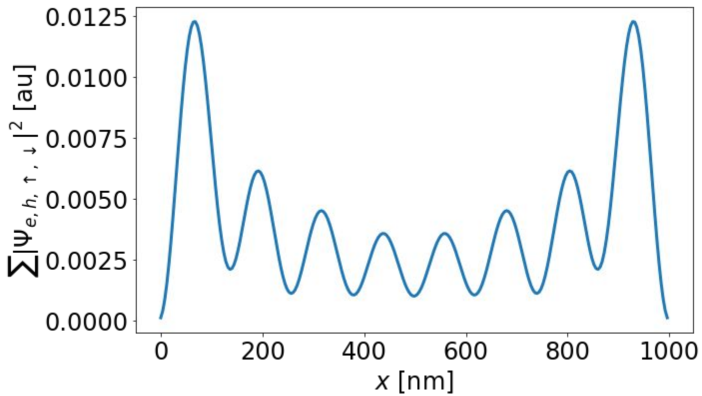
Ku bramkom topologicznym: wieloterminalowe hybrydy

Efekty skończonych rozmiarów - znoszenie degenreacji.









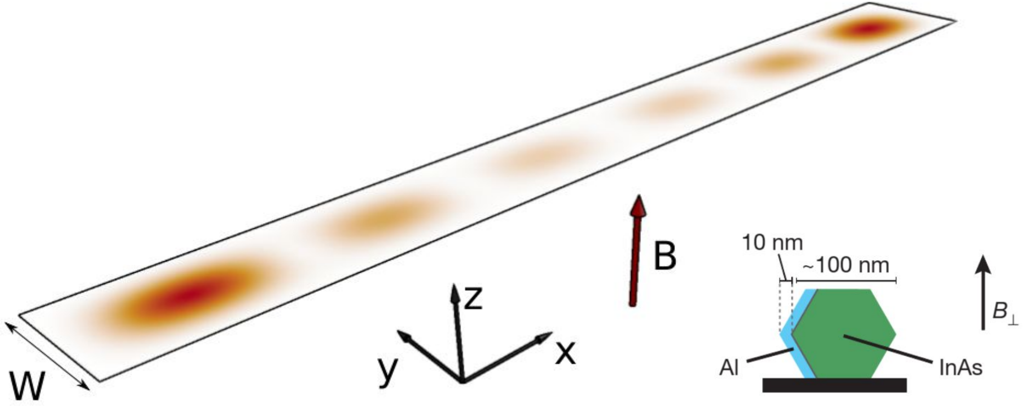
Efekty orbitalne pola magnetycznego w hybrydowym nanodrucie

Hamiltonian

$$H = \left(\hbar^2\mathbf{k}^2/2m^* - \mu\right)\sigma_0\tau_z + \Delta\sigma_0\tau_x$$
$$+\alpha(\sigma_x k_y - \sigma_y k_x)\tau_z + E_z\sigma_z\tau_0.$$

$$\mathbf{k} = -i\nabla + e\mathbf{A}/\hbar \cdot \tau_z$$

$$\mathbf{A} = [-yB, 0, 0]$$



S. M. Albrecht, et al., Nature (2016)

Zapisujemy w bazie stanów kwantyzacji poprzecznej

$$H = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}$$

Efekt diamagnetyczny i paramagnetyczny (mieszanie pasm)

$$(k_x + \frac{eA_x}{h})^2 \rightarrow k_x^2 + \sim y^2B^2 - \sim k_x y B$$

$$\alpha(k_x + \frac{eA_x}{h})\sigma_y \rightarrow \alpha k_x \sigma_y - \sim \alpha y B \sigma_y$$

gdzie,

$$H_{11(22)} = H_{1D} + (E_{1(2)} + E_{1(2)}^{\mathrm{dia}})\sigma_0\tau_z,$$
$$H_{12} = H_{21} = \varepsilon_p k_x \sigma_0\tau_0 + E_p^{SO}\sigma_y\tau_0 + E_\perp^{SO}\sigma_x\tau_z$$

Efekty orbitalne pola magnetycznego: stabilizacja stanów o zerowej energii

Używając rachunku perturbacyjnego uzyskujemy efektywny Hamiltonian

$$\mathcal{H} = (\hbar^2 k_x^2/2\tilde{m}^* - \tilde{\mu})\sigma_0\tau_z + \Delta\sigma_0\tau_x - \tilde{\alpha}k_x\sigma_y\tau_z + E_Z\sigma_z\tau_0$$

$$\frac{1}{\tilde{m}^*} = \frac{1}{m^*} - \frac{2\varepsilon_p^2}{\hbar^2 E_2}$$

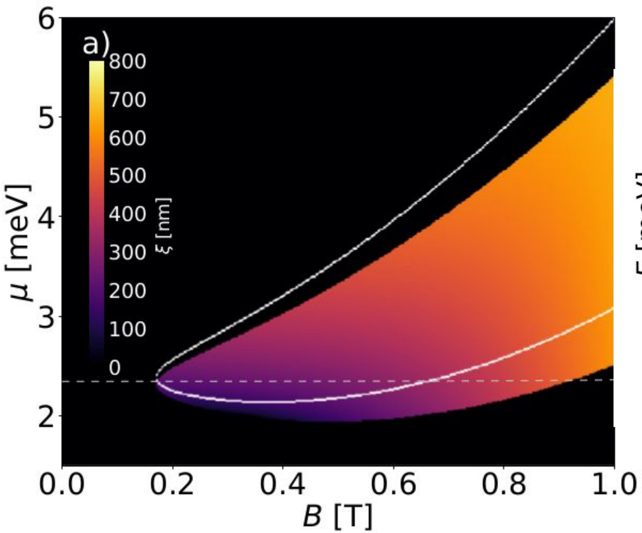
$$\tilde{\mu} = \mu - E_1 - E_1^{dia} + \frac{(E_p^{SO} - E_\perp^{SO})^2}{E_2},$$

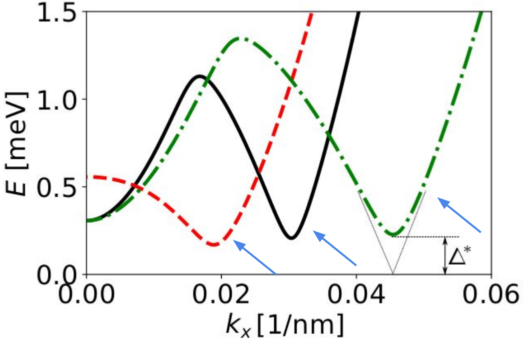
O. Dmytruk and J. Klinovaja PRB (2018)

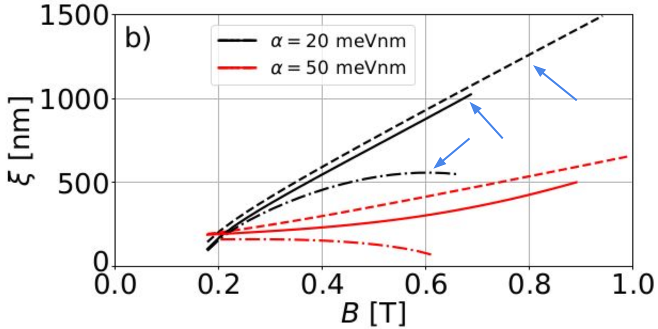
$$\tilde{\alpha} = \alpha + 2\frac{E_p^{SO}\varepsilon_p}{E_2}.$$

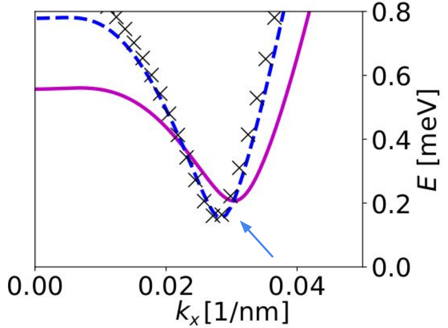
Długość gaśnięcia dana przez:

$$\xi \simeq \frac{1}{\tilde{\alpha}\Delta}\sqrt{\left(\frac{\hbar^2}{\tilde{m}^*}\tilde{\mu} + \tilde{\alpha}^2\right)^2 + \left(\frac{\hbar^2}{\tilde{m}^*}\right)^2 (E_z^2 - \Delta^2 - \tilde{\mu}^2)}$$



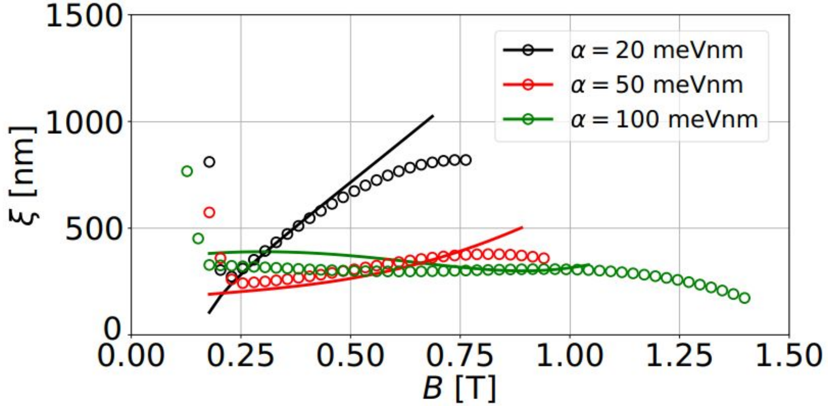


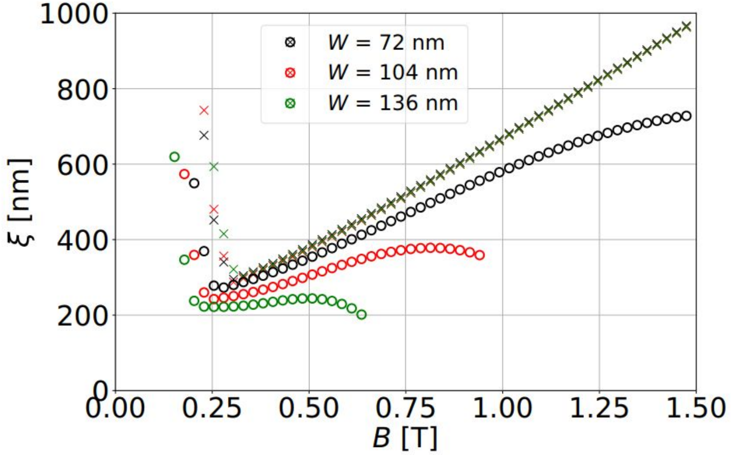


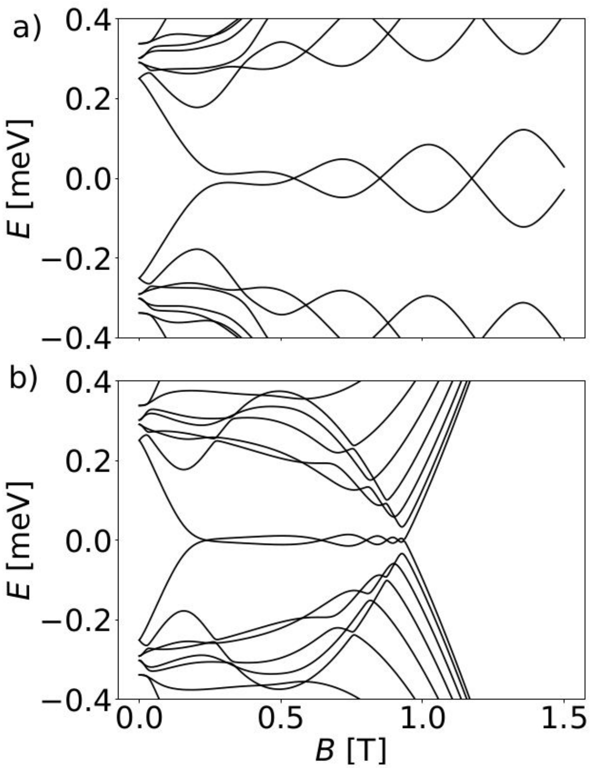


$$\xi = \hbar\nu/\Delta^*$$

Efekty orbitalne pola magnetycznego: stabilizacja stanów o zerowej energii





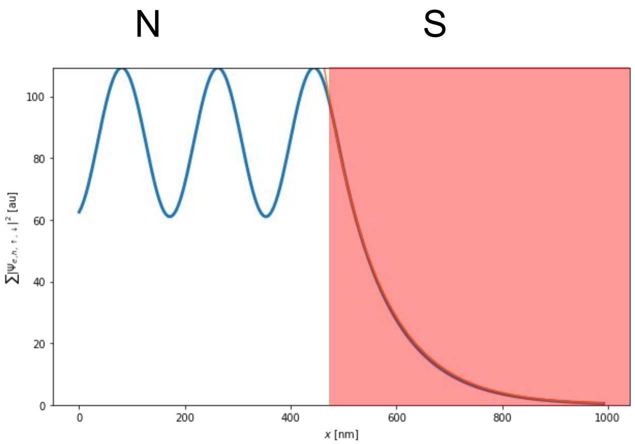


Efekty orbitalne pomagają zrealizować stany o zerowej energii

MPN, P. Wójcik, Phys Rev B (2018)

Efekt Aharonova-Bohma w złączu NS

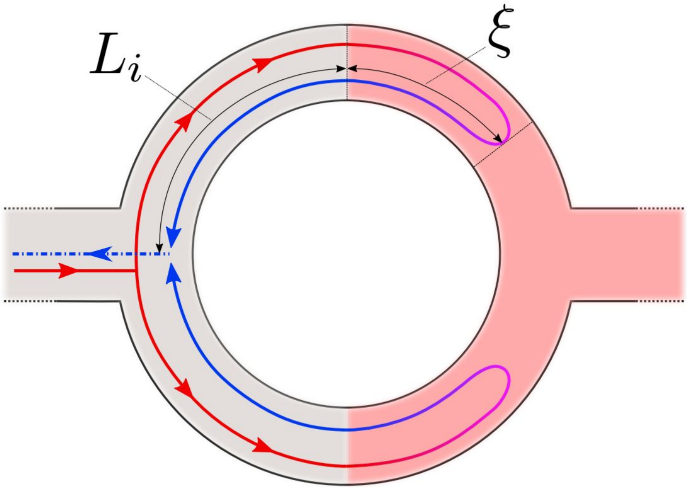
Kwazicząstki wnikają do warstwy przykrytej nadprzewodnikiem na długość koherencji



$$\Psi \sim \exp\left[-x/\xi\right]$$

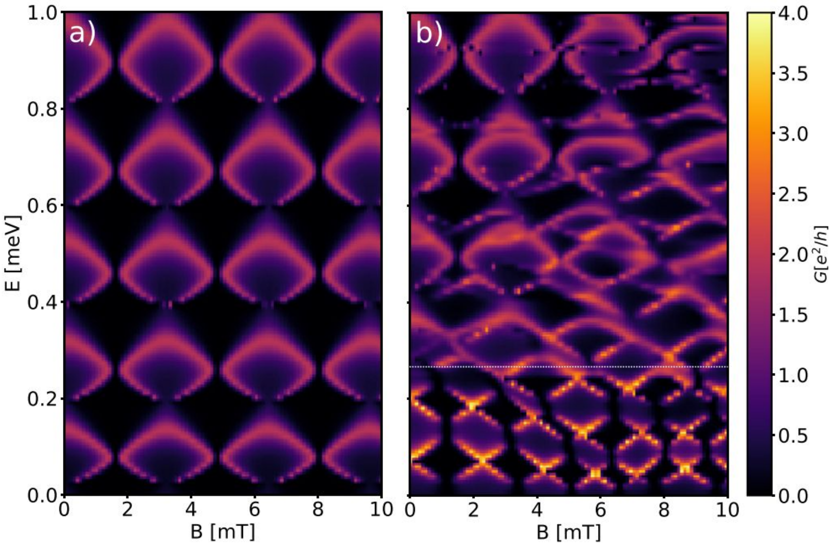
$$\xi = \frac{\hbar v_f}{\Delta}$$

Hybrydowy interferometr kwantowy

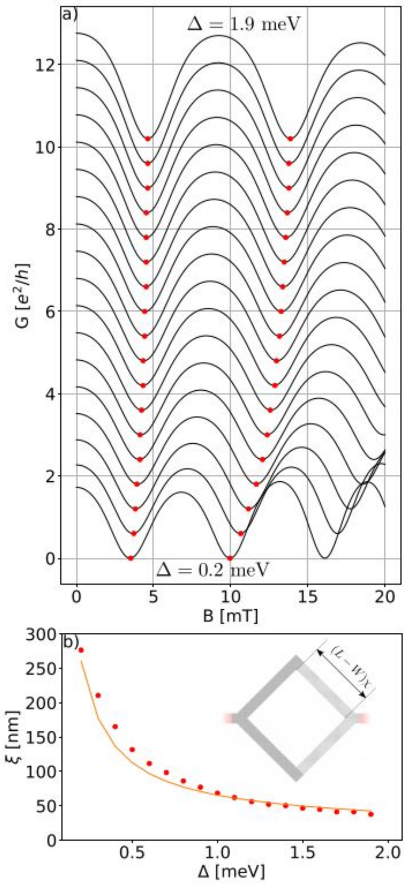


Efekt Aharonova-Bohma w złączu NS

Zmiana okresu oscylacji Aharonova-Bohma na skutek obecności fali gasnącej w półprzewodniku



MPN, P. Wójcik, Appl. Phys. Lett. (2019)



Podziękowania

Theory: Michael Wimmer, Anton Akhmerov, Adriaan Vuik, Bartłomiej Szafran,Paweł Wójcik

Finansowanie:

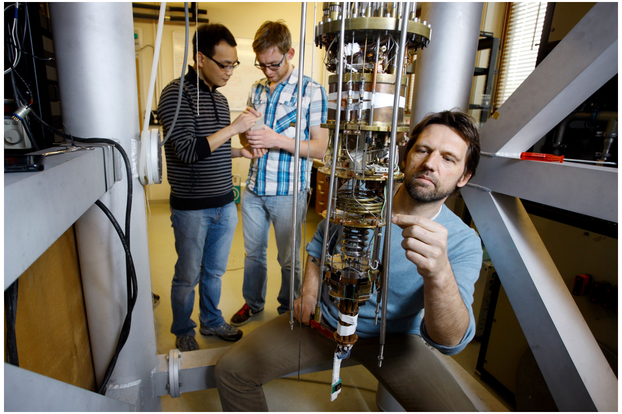
- ERC Synergy (2015-2016)
- NCN Sonata (2017- ...)

European Research Council

Eksperyment:

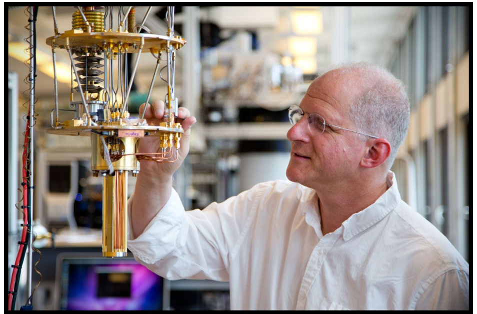
(QuTech, Delft):

Hao Zhang, Önder Gül, Sonia Conesa-Boj, Kun Zuo, Vincent Mourik, Folkert K. de Vries, Jasper van Veen, David J. van Woerkom, Diana Car, Sébastien Plissard, Erik P. A. M. Bakkers, Marina Quintero-Pérez, Srijit Goswami, Kenji Watanabe, Takashi Taniguchi, Leo P. Kouwenhoven



(Station Q, Copenhagen):

M. Kjaergaard, H. J. Suominen, J. Shabani, C. J. Palmstrøm, F. Nichele, C. M. Marcus



Podsumowanie

1. Stany Majorany realizowane są w hybrydach półprzewodnik-nadprzewodnik.
2. Oszacowaliśmy średnią drogę swobodną w zbramkowanych nanodrutach.
3. Zademonstrowaliśmy występowanie stanu helikalnego w nanodrucie.
4. Pokazaliśmy, że efekty orbitalne pola magnetycznego stabilizują stany o zerowej energii.
5. Zbramkowany interferometr kwantowy pozwala na próbkowanie kwazicząskowej długości koherencji.

ACADEMIC CENTRE
FOR MATERIALS
AND NANOTECHNOLOGY AGH

AGH

W poszukiwaniu stanów związanych Majorany w nanostrukturach hybrydowych

Michał Nowak

Dziękuję!

15 marca 2019, Kraków