

XIV. KOMPUTER KWANTOWY

Janusz Adamowski

"Information is physical"

Rolf Landauer

Plan wykładu

Plan wykładu

- (1) Zarys historii obliczeń kwantowych

Plan wykładu

- (1) Zarys historii obliczeń kwantowych
- (2) Bity i kubity

Plan wykładu

- (1) Zarys historii obliczeń kwantowych
- (2) Bity i kubity
- (3) Kwantowe operacje logiczne

Plan wykładu

- (1) Zarys historii obliczeń kwantowych
- (2) Bity i kubity
- (3) Kwantowe operacje logiczne
- (4) Symulacje działania bramek kwantowych

Plan wykładu

- (1) Zarys historii obliczeń kwantowych
- (2) Bity i kubity
- (3) Kwantowe operacje logiczne
- (4) Symulacje działania bramek kwantowych
 - (a) Bramka CNOT na kubitach ładunkowych

Plan wykładu

- (1) Zarys historii obliczeń kwantowych
- (2) Bity i kubity
- (3) Kwantowe operacje logiczne
- (4) Symulacje działania bramek kwantowych
 - (a) Bramka CNOT na kubitach ładunkowych
 - (b) Bramka SWAP na kubitach spinowych

(4) Problemy

(4) Problemy

(5) Eksperymenty z kubitami spinowymi

- (4) Problemy
- (5) Eksperymenty z kubitami spinowymi
- (6) Dyskusja

- (4) Problemy
- (5) Eksperymenty z kubitami spinowymi
- (6) Dyskusja
- (7) Podsumowanie

- (4) Problemy
- (5) Eksperymenty z kubitami spinowymi
- (6) Dyskusja
- (7) Podsumowanie
- (8) Perspektywy na przyszłość

Zarys historii obliczeń kwantowych

- ▶ Paul Benioff (1980): koncepcja odwracalnej kwantowej maszyny Turinga

- ▶ Paul Benioff (1980): koncepcja odwracalnej kwantowej maszyny Turinga
- ▶ Richard Feynman (1982): wykazanie możliwości **bezpośredniego** zastosowania praw kwantowych do obliczeń komputerowych

- ▶ Paul Benioff (1980): koncepcja odwracalnej kwantowej maszyny Turinga
- ▶ Richard Feynman (1982): wykazanie możliwości **bezpośredniego** zastosowania praw kwantowych do obliczeń komputerowych
- ▶ David Deutsch (1985): teoria kwantowej maszyny Turinga

- ▶ Paul Benioff (1980): koncepcja odwracalnej kwantowej maszyny Turinga
- ▶ Richard Feynman (1982): wykazanie możliwości **bezpośredniego** zastosowania praw kwantowych do obliczeń komputerowych
- ▶ David Deutsch (1985): teoria kwantowej maszyny Turinga
- ▶ **Peter Shor (1994): kwantowy algorytm faktoryzacji dużych liczb całkowitych (operacja wykonana w czasie wielomianowym)**

- ▶ Paul Benioff (1980): koncepcja odwracalnej kwantowej maszyny Turinga
- ▶ Richard Feynman (1982): wykazanie możliwości **bezpośredniego** zastosowania praw kwantowych do obliczeń komputerowych
- ▶ David Deutsch (1985): teoria kwantowej maszyny Turinga
- ▶ **Peter Shor (1994): kwantowy algorytm faktoryzacji dużych liczb całkowitych (operacja wykonana w czasie wielomianowym)**
- ▶ Lov Grover (1996): kwantowy algorytm przeszukiwania bazy danych (czas obliczeń = pierwiastkowi czasu najszybszego algorytmu klasycznego)

- ▶ Paul Benioff (1980): koncepcja odwracalnej kwantowej maszyny Turinga
- ▶ Richard Feynman (1982): wykazanie możliwości **bezpośredniego** zastosowania praw kwantowych do obliczeń komputerowych
- ▶ David Deutsch (1985): teoria kwantowej maszyny Turinga
- ▶ **Peter Shor (1994): kwantowy algorytm faktoryzacji dużych liczb całkowitych (operacja wykonana w czasie wielomianowym)**
- ▶ Lov Grover (1996): kwantowy algorytm przeszukiwania bazy danych (czas obliczeń = pierwiastkowi czasu najszybszego algorytmu klasycznego)
- ▶ Wojciech Żurek (absolwent fizyki technicznej AGH) + Wootters: twierdzenie o niemożności klonowania qubitów

- ▶ Paul Benioff (1980): koncepcja odwracalnej kwantowej maszyny Turinga
- ▶ Richard Feynman (1982): wykazanie możliwości **bezpośredniego** zastosowania praw kwantowych do obliczeń komputerowych
- ▶ David Deutsch (1985): teoria kwantowej maszyny Turinga
- ▶ **Peter Shor (1994): kwantowy algorytm faktoryzacji dużych liczb całkowitych (operacja wykonana w czasie wielomianowym)**
- ▶ Lov Grover (1996): kwantowy algorytm przeszukiwania bazy danych (czas obliczeń = pierwiastkowi czasu najszybszego algorytmu klasycznego)
- ▶ Wojciech Żurek (absolwent fizyki technicznej AGH) + Wootters: twierdzenie o niemożności klonowania qubitów
- ▶ Artur Ekert (absolwent fizyki UJ): kryptografia kwantowa

Bity i kubity

Bit = jednostka informacji w informatyce klasycznej

Bit = jednostka informacji w informatyce klasycznej

W układzie fizycznym o N stanach można zgromadzić ilość informacji Q , przy czym

Bit = jednostka informacji w informatyce klasycznej

W układzie fizycznym o N stanach można zgromadzić ilość informacji Q , przy czym

$$Q = \log_2 N . \quad (1)$$

Bit = jednostka informacji w informatyce klasycznej

W układzie fizycznym o N stanach można zgromadzić ilość informacji Q , przy czym

$$Q = \log_2 N . \quad (1)$$

Jeżeli $N = 2^K$, to układ jest nośnikiem K bitów informacji.

Bit = jednostka informacji w informatyce klasycznej

W układzie fizycznym o N stanach można zgromadzić ilość informacji Q , przy czym

$$Q = \log_2 N . \quad (1)$$

Jeżeli $N = 2^K$, to układ jest nośnikiem K bitów informacji.
W szczególności dla układu fizycznego o dwóch stanach:
 $N = 2$, $K = 1$,
czyli w układzie takim zapisany jest **jeden bit informacji**.

Realizacja fizyczna bitu

Realizacja fizyczna bitu

Dowolny układ fizyczny o dwóch stanach, które oznaczamy jako stan 0 i stan 1.

Realizacja fizyczna bitu

Dowolny układ fizyczny o dwóch stanach, które oznaczamy jako stan 0 i stan 1.

Przykłady

Realizacja fizyczna bitu

Dowolny układ fizyczny o dwóch stanach, które oznaczamy jako stan 0 i stan 1.

Przykłady

- ▶ dioda prostownicza w stanie wyłączenia prądu (0) i w stanie przewodzenia (1)

Realizacja fizyczna bitu

Dowolny układ fizyczny o dwóch stanach, które oznaczamy jako stan 0 i stan 1.

Przykłady

- ▶ dioda prostownicza w stanie wyłączenia prądu (0) i w stanie przewodzenia (1)
- ▶ tranzystor w stanie "off" (0) i "on" (1)

Realizacja fizyczna bitu

Dowolny układ fizyczny o dwóch stanach, które oznaczamy jako stan 0 i stan 1.

Przykłady

- ▶ dioda prostownicza w stanie wyłączenia prądu (0) i w stanie przewodzenia (1)
- ▶ tranzystor w stanie "off" (0) i "on" (1)
- ▶ kondensator rozładowany (0) i naładowany (1)

Uwagi

Uwagi

- ▶ Stany bitu 0 i 1 przyjmowane są z prawdopodobieństwami p_j ($j = 0, 1$), przy czym

Uwagi

- ▶ Stany bitu 0 i 1 przyjmowane są z prawdopodobieństwami p_j ($j = 0, 1$), przy czym

$$p_0 = 1 \Leftrightarrow p_1 = 0$$

Uwagi

- ▶ Stany bitu 0 i 1 przyjmowane są z prawdopodobieństwami p_j ($j = 0, 1$), przy czym

$$p_0 = 1 \Leftrightarrow p_1 = 0$$

lub

$$p_0 = 0 \Leftrightarrow p_1 = 1 .$$

Uwagi

- ▶ Stany bitu 0 i 1 przyjmowane są z prawdopodobieństwami p_j ($j = 0, 1$), przy czym

$$p_0 = 1 \Leftrightarrow p_1 = 0$$

lub

$$p_0 = 0 \Leftrightarrow p_1 = 1 .$$

- ▶ Zapis/odczyt bitu (np. przełączenie diody) wymaga przepływu od $\sim 10^6$ do $\sim 10^9$ elektronów

Uwagi

- ▶ Stany bitu 0 i 1 przyjmowane są z prawdopodobieństwami p_j ($j = 0, 1$), przy czym

$$p_0 = 1 \Leftrightarrow p_1 = 0$$

lub

$$p_0 = 0 \Leftrightarrow p_1 = 1 .$$

- ▶ Zapis/odczyt bitu (np. przełączenie diody) wymaga przepływu od $\sim 10^6$ do $\sim 10^9$ elektronów
 \Rightarrow **klasyczny proces makroskopowy**

Bit kwantowy (kubit)

Bit kwantowy (kubit)

Rozważmy dwa stany tworzące bazę w dwuwymiarowej przestrzeni stanów kwantowych (używamy notacji braketowej Diraca)

Bit kwantowy (kubit)

Rozważmy dwa stany tworzące bazę w dwuwymiarowej przestrzeni stanów kwantowych (używamy notacji braketowej Diraca)

$$|0\rangle, |1\rangle .$$

Bit kwantowy (kubit)

Rozważmy dwa stany tworzące bazę w dwuwymiarowej przestrzeni stanów kwantowych (używamy notacji braketowej Diraca)

$$|0\rangle, |1\rangle .$$

Stany te posiadają następujące własności:

- (1) są wzajemnie ortogonalne

Bit kwantowy (kubit)

Rozważmy dwa stany tworzące bazę w dwuwymiarowej przestrzeni stanów kwantowych (używamy notacji braketowej Diraca)

$$|0\rangle, |1\rangle .$$

Stany te posiadają następujące własności:

(1) są wzajemnie ortogonalne

$$\langle 0|1\rangle = 0 , \tag{2}$$

Bit kwantowy (kubit)

Rozważmy dwa stany tworzące bazę w dwuwymiarowej przestrzeni stanów kwantowych (używamy notacji braketowej Diraca)

$$|0\rangle, |1\rangle .$$

Stany te posiadają następujące własności:

(1) są wzajemnie ortogonalne

$$\langle 0|1\rangle = 0 , \quad (2)$$

(2) są unormowane

Bit kwantowy (kubit)

Rozważmy dwa stany tworzące bazę w dwuwymiarowej przestrzeni stanów kwantowych (używamy notacji braketowej Diraca)

$$|0\rangle, |1\rangle .$$

Stany te posiadają następujące własności:

(1) są wzajemnie ortogonalne

$$\langle 0|1\rangle = 0 , \quad (2)$$

(2) są unormowane

$$\langle 0|0\rangle = \langle 1|1\rangle = 1 . \quad (3)$$

Stany $|0\rangle$ i $|1\rangle$ nazywane są **stanami bazy obliczeniowej**.

Definicja kubit

Definicja kubit

$$|\mathbf{kubit}\rangle \equiv |\psi\rangle \stackrel{def}{=} a_0|0\rangle + a_1|1\rangle, \quad (4)$$

Definicja kubit

$$|\mathbf{kubit}\rangle \equiv |\psi\rangle \stackrel{def}{=} a_0|0\rangle + a_1|1\rangle, \quad (4)$$

gdzie a_0 i a_1 są **zespolonymi amplitudami**, które spełniają **warunek unormowania**

Definicja kubit

$$|\mathbf{kubit}\rangle \equiv |\psi\rangle \stackrel{def}{=} a_0|0\rangle + a_1|1\rangle, \quad (4)$$

gdzie a_0 i a_1 są **zespolonymi amplitudami**, które spełniają **warunek unormowania**

$$|a_0|^2 + |a_1|^2 = 1. \quad (5)$$

Kubit w reprezentacji spinorowej

Kubit w reprezentacji spinorowej

Stanami bazy mogą być spinory

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Kubit w reprezentacji spinorowej

Stanami bazy mogą być spinory

$$|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Są to **stany ket** $|j\rangle$.

Przypomnienie

Przypomnienie

Dla cząstki o spinie $1/2$ (np. elektron, proton) stan $|0\rangle$ jest stanem własnym operatora z -owej składowej spinu do wartości własnej $s_z = +\hbar/2$, natomiast stan $|1\rangle$ jest stanem własnym operatora z -owej składowej spinu do wartości własnej $s_z = -\hbar/2$.

Stany bra $\langle j|$ w reprezentacji spinorowej

Stany bra $\langle j|$ w reprezentacji spinorowej

$$\langle 0| = (1 \quad 0) \tag{7}$$

Stany bra $\langle j|$ w reprezentacji spinorowej

$$\langle 0| = (1 \ 0) \quad (7)$$

$$\langle 1| = (0 \ 1) \quad (8)$$

Iloczyny skalarne w reprezentacji spinorowej

Iloczyny skalarne w reprezentacji spinorowej

$$\langle 0|0\rangle = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \quad (9)$$

Iloczyny skalarne w reprezentacji spinorowej

$$\langle 0|0\rangle = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 1 \quad (9)$$

$$\langle 1|1\rangle = (0 \ 1) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 \quad (10)$$

$$\langle 0|1\rangle = (1 \ 0) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 0 \quad (11)$$

Dowolny kubit w reprezentacji spinorowej

Dowolny kubit w reprezentacji spinorowej

$$|\psi\rangle = a_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + a_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

Interpretacja warunku unormowania kubitów

Interpretacja warunku unormowania kubitów

Prawdopodobieństwo znalezienia układu w stanach bazy wynosi

Interpretacja warunku unormowania kubit

Prawdopodobieństwo znalezienia układu w stanach bazy wynosi

$$p_0 = |a_0|^2 \quad (13)$$

dla stanu $|0\rangle$ oraz

Interpretacja warunku unormowania kubit

Prawdopodobieństwo znalezienia układu w stanach bazy wynosi

$$p_0 = |a_0|^2 \quad (13)$$

dla stanu $|0\rangle$ oraz

$$p_1 = |a_1|^2 \quad (14)$$

dla stanu $|1\rangle$.

Interpretacja warunku unormowania kubit

Prawdopodobieństwo znalezienia układu w stanach bazy wynosi

$$p_0 = |a_0|^2 \quad (13)$$

dla stanu $|0\rangle$ oraz

$$p_1 = |a_1|^2 \quad (14)$$

dla stanu $|1\rangle$. Warunek unormowania (5) można przepisać jako

Interpretacja warunku unormowania kubit

Prawdopodobieństwo znalezienia układu w stanach bazy wynosi

$$p_0 = |a_0|^2 \quad (13)$$

dla stanu $|0\rangle$ oraz

$$p_1 = |a_1|^2 \quad (14)$$

dla stanu $|1\rangle$. Warunek unormowania (5) można przepisać jako

$$p_0 + p_1 = 1 . \quad (15)$$

Interpretacja warunku unormowania kubit

Prawdopodobieństwo znalezienia układu w stanach bazy wynosi

$$p_0 = |a_0|^2 \quad (13)$$

dla stanu $|0\rangle$ oraz

$$p_1 = |a_1|^2 \quad (14)$$

dla stanu $|1\rangle$. Warunek unormowania (5) można przepisać jako

$$p_0 + p_1 = 1 . \quad (15)$$

Warunek (15) oznacza, że zdarzenie polegające na znalezieniu dwustanowego układu kwantowego w stanie $|0\rangle$ **lub** stanie $|1\rangle$ jest **zdarzeniem pewnym**.

Geometryczna interpretacja kubitów: sfera Blocha

Geometryczna interpretacja kubitów: sfera Blocha

Korzystając z warunku unormowania (5) można przepisać definicję kubitów (4) jako

Geometryczna interpretacja kubitów: sfera Blocha

Korzystając z warunku unormowania (5) można przepisać definicję kubitów (4) jako

$$|\psi\rangle = e^{-i\phi/2} \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + e^{i\phi/2} \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle . \quad (16)$$

Geometryczna interpretacja kubitów: sfera Blocha

Korzystając z warunku unormowania (5) można przepisać definicję kubitów (4) jako

$$|\psi\rangle = e^{-i\phi/2} \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi/2} \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle. \quad (16)$$

Korzystając z amplitud $a_0 = \exp(-i\phi/2) \cos(\theta/2)$ i $a_1 = \exp(i\phi/2) \sin(\theta/2)$ obliczamy prawdopodobieństwa wystąpienia stanów bazy

Geometryczna interpretacja kubitów: sfera Blocha

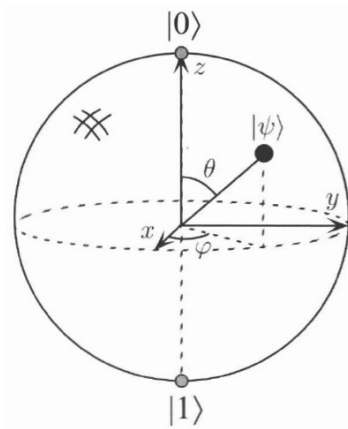
Korzystając z warunku unormowania (5) można przepisać definicję kubitów (4) jako

$$|\psi\rangle = e^{-i\phi/2} \cos\frac{\theta}{2}|0\rangle + e^{i\phi/2} \sin\frac{\theta}{2}|1\rangle. \quad (16)$$

Korzystając z amplitud $a_0 = \exp(-i\phi/2) \cos(\theta/2)$ i $a_1 = \exp(i\phi/2) \sin(\theta/2)$ obliczamy prawdopodobieństwa wystąpienia stanów bazy

$$p_0 = |a_0|^2 = \cos^2(\theta/2) \text{ oraz } p_1 = |a_1|^2 = \sin^2(\theta/2). \quad (17)$$

Postać (16) kubitów posiada interpretację geometryczną w postaci wektora jednostkowego, którego koniec znajduje się na **sferze Blocha**.



Sfera Blocha.

Często mówi się, że kubit jest kwantowym analogiem bitu klasycznego.

Często mówi się, że kubit jest kwantowym analogiem bitu klasycznego.

Jednakże **analogia ta jest niepełna i często myląca.**

Często mówi się, że kubit jest kwantowym analogiem bitu klasycznego.

Jednakże **analogia ta jest niepełna i często myląca.**

Np. określenie ilości informacji Q zawartej w qubicie jest możliwe tylko dla $|\psi\rangle = |j\rangle$, gdzie $j = 0, 1$, czyli wyłącznie dla kubitów w stanie bazowym.

Zgodnie z definicją (4) kubit jest kwantową superpozycją stanów $|\psi\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle$,

Zgodnie z definicją (4) kubit jest kwantową superpozycją stanów $|\psi\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle$, przy czym $p_0 = |a_0|^2 \leq 1$, $p_1 = |a_1|^2 \leq 1$.

Zgodnie z definicją (4) kubit jest kwantową superpozycją stanów $|\psi\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle$, przy czym $p_0 = |a_0|^2 \leq 1$, $p_1 = |a_1|^2 \leq 1$.

Ponadto amplitudy a_j zależą od czasu, czyli

Zgodnie z definicją (4) kubit jest kwantową superpozycją stanów $|\psi\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle$, przy czym $p_0 = |a_0|^2 \leq 1$, $p_1 = |a_1|^2 \leq 1$.

Ponadto amplitudy a_j zależą od czasu, czyli

$$a_0 = a_0(t) , \quad a_1 = a_1(t) .$$

Zgodnie z definicją (4) kubit jest kwantową superpozycją stanów $|\psi\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle$, przy czym $p_0 = |a_0|^2 \leq 1$, $p_1 = |a_1|^2 \leq 1$.

Ponadto amplitudy a_j zależą od czasu, czyli

$$a_0 = a_0(t), \quad a_1 = a_1(t).$$

Określenie ilości klasycznej informacji zapisanej w kubicie możliwe jest wyłącznie dla stanów bazy obliczeniowej, czyli wtedy, gdy $p_0 = 1, p_1 = 0$ lub $p_0 = 0, p_1 = 1$.

Dla cząstki o spinie $1/2$ stany bazy można zapisać w obrazowej postaci jako

Dla cząstki o spinie $1/2$ stany bazy można zapisać w obrazowej postaci jako

$$|0\rangle \equiv |\uparrow\rangle, \quad (18)$$

Dla cząstki o spinie $1/2$ stany bazy można zapisać w obrazowej postaci jako

$$|0\rangle \equiv |\uparrow\rangle, \quad (18)$$

$$|1\rangle \equiv |\downarrow\rangle. \quad (19)$$

Dla cząstki o spinie $1/2$ stany bazy można zapisać w obrazowej postaci jako

$$|0\rangle \equiv |\uparrow\rangle, \quad (18)$$

$$|1\rangle \equiv |\downarrow\rangle. \quad (19)$$

A zatem kubit spinowy ma postać

Dla cząstki o spinie $1/2$ stany bazy można zapisać w obrazowej postaci jako

$$|0\rangle \equiv |\uparrow\rangle, \quad (18)$$

$$|1\rangle \equiv |\downarrow\rangle. \quad (19)$$

A zatem kubit spinowy ma postać

$$|\psi\rangle = a_0|\uparrow\rangle + a_1|\downarrow\rangle. \quad (20)$$

Realizacja fizyczna kubitów

Realizacja fizyczna kubitów

Dowolny układ kwantowy o dwóch stanach

Realizacja fizyczna kubitów

Dowolny układ kwantowy o dwóch stanach

Przykłady:

Realizacja fizyczna kubitów

Dowolny układ kwantowy o dwóch stanach

Przykłady:

- ▶ układy o spinie $1/2$: elektron, proton (kubit spinowy)

Realizacja fizyczna kubitów

Dowolny układ kwantowy o dwóch stanach

Przykłady:

- ▶ układy o spinie $1/2$: elektron, proton (kubit spinowy)
- ▶ foton spolaryzowany liniowo w kierunkach x oraz y lub kołowo prawo- i lewoskrętnie

Realizacja fizyczna kubitów

Dowolny układ kwantowy o dwóch stanach

Przykłady:

- ▶ układy o spinie $1/2$: elektron, proton (kubit spinowy)
- ▶ foton spolaryzowany liniowo w kierunkach x oraz y lub kołowo prawo- i lewoskrętnie
- ▶ elektron w atomie naturalnym lub kropce kwantowej o dwóch stanach związanych (kubit ładunkowy = kubit orbitalny)

Stany dwukubitowe

Stany dwukubitowe

Rozważamy układ kwantowy o dwóch stanach $|0\rangle$ i $|1\rangle$ złożony z dwóch podukładów A i B.

Stany dwukubitowe

Rozważamy układ kwantowy o dwóch stanach $|0\rangle$ i $|1\rangle$ złożony z dwóch podukładów A i B.

Elementy bazy stanów dwukubitowych

$$|0\rangle_A|0\rangle_B \equiv |00\rangle, |0\rangle_A|1\rangle_B \equiv |01\rangle, |1\rangle_A|0\rangle_B \equiv |10\rangle, |1\rangle_A|1\rangle_B \equiv |11\rangle. \quad (21)$$

Stany dwukubitowe

Rozważamy układ kwantowy o dwóch stanach $|0\rangle$ i $|1\rangle$ złożony z dwóch podukładów A i B.

Elementy bazy stanów dwukubitowych

$$|0\rangle_A|0\rangle_B \equiv |00\rangle, |0\rangle_A|1\rangle_B \equiv |01\rangle, |1\rangle_A|0\rangle_B \equiv |10\rangle, |1\rangle_A|1\rangle_B \equiv |11\rangle. \quad (21)$$

Definicja stanu dwukubitowego

$$|\Psi\rangle \stackrel{def}{=} a_{00}|00\rangle + a_{01}|01\rangle + a_{10}|10\rangle + a_{11}|11\rangle, \quad (22)$$

Stany dwukubitowe

Rozważamy układ kwantowy o dwóch stanach $|0\rangle$ i $|1\rangle$ złożony z dwóch podukładów A i B.

Elementy bazy stanów dwukubitowych

$$|0\rangle_A|0\rangle_B \equiv |00\rangle, |0\rangle_A|1\rangle_B \equiv |01\rangle, |1\rangle_A|0\rangle_B \equiv |10\rangle, |1\rangle_A|1\rangle_B \equiv |11\rangle. \quad (21)$$

Definicja stanu dwukubitowego

$$|\Psi\rangle \stackrel{def}{=} a_{00}|00\rangle + a_{01}|01\rangle + a_{10}|10\rangle + a_{11}|11\rangle, \quad (22)$$

przy czym

$$|a_{00}|^2 + |a_{01}|^2 + |a_{10}|^2 + |a_{11}|^2 = 1. \quad (23)$$

Realizacja fizyczna

Realizacja fizyczna

Układ dwóch cząstek, z których każda jest nośnikiem pojedynczego kubit.

Realizacja fizyczna

Układ dwóch cząstek, z których każda jest nośnikiem pojedynczego kubit.

Przykład:

Realizacja fizyczna

Układ dwóch cząstek, z których każda jest nośnikiem pojedynczego kubit.

Przykład:

Układ dwóch elektronów (A, B) o składowych z -owych spinu $\pm\hbar/2$.

Realizacja fizyczna

Układ dwóch cząstek, z których każda jest nośnikiem pojedynczego kubit.

Przykład:

Układ dwóch elektronów (A, B) o składowych z -owych spinu $\pm\hbar/2$.

Stany bazy dwuspinowej

Realizacja fizyczna

Układ dwóch cząstek, z których każda jest nośnikiem pojedynczego kubit.

Przykład:

Układ dwóch elektronów (A, B) o składowych z -owych spinu $\pm\hbar/2$.

Stany bazy dwuspinowej

$$|\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B, |\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B, |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B, |\downarrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B .$$

Stany splątane (stany Bella, stany EPR)

Stany splątane (stany Bella, stany EPR)

Rozważmy jeden z czterech stanów Bella

$$|\Psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A |0\rangle_B + |1\rangle_A |1\rangle_B) . \quad (24)$$

Stany splątane (stany Bella, stany EPR)

Rozważmy jeden z czterech stanów Bella

$$|\Psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A |0\rangle_B + |1\rangle_A |1\rangle_B) . \quad (24)$$

W stanie Bella (24) każdy ze stanów $|0\rangle_A |0\rangle_B$ oraz $|1\rangle_A |1\rangle_B$ może być zrealizowany z prawdopodobieństwem $1/2$.

Stany splątane (stany Bella, stany EPR)

Rozważmy jeden z czterech stanów Bella

$$|\Psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A |0\rangle_B + |1\rangle_A |1\rangle_B) . \quad (24)$$

W stanie Bella (24) każdy ze stanów $|0\rangle_A |0\rangle_B$ oraz $|1\rangle_A |1\rangle_B$ może być zrealizowany z prawdopodobieństwem $1/2$.

Skrót EPR pochodzi od nazwisk Einsteina, Podolsky'ego i Rosena (paradoks EPR).

Najważniejsza własność stanów Bella: **silna korelacja**
kwantowa

Najważniejsza własność stanów Bella: silna korelacja kwantowa

Założmy, że dwa elektrony znajdują się w spinowym stanie splątanym,

Najważniejsza własność stanów Bella: silna korelacja kwantowa

Założmy, że dwa elektrony znajdują się w spinowym stanie splątanym, np. w stanie

$$|\Psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B) . \quad (25)$$

Najważniejsza własność stanów Bella: silna korelacja kwantowa

Założmy, że dwa elektrony znajdują się w spinowym stanie splątanym, np. w stanie

$$|\Psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B) . \quad (25)$$

Jeżeli w stanie (25) wykonamy pomiar spinu jednego elektronu, np. A i w wyniku tego pomiaru otrzymamy pewną wartość, np. $s_{z,A} = +\hbar/2$,

Najważniejsza własność stanów Bella: silna korelacja kwantowa

Założmy, że dwa elektrony znajdują się w spinowym stanie splątanym, np. w stanie

$$|\Psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B) . \quad (25)$$

Jeżeli w stanie (25) wykonamy pomiar spinu jednego elektronu, np. A i w wyniku tego pomiaru otrzymamy pewną wartość, np. $s_{z,A} = +\hbar/2$, to spin elektronu B możemy przewidzieć **z prawdopodobieństwem 1 bez wykonywania pomiaru nad tym elektronem**

Najważniejsza własność stanów Bella: silna korelacja kwantowa

Założmy, że dwa elektrony znajdują się w spinowym stanie splątanym, np. w stanie

$$|\Psi_{00}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B + |\downarrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B) . \quad (25)$$

Jeżeli w stanie (25) wykonamy pomiar spinu jednego elektronu, np. A i w wyniku tego pomiaru otrzymamy pewną wartość, np. $s_{z,A} = +\hbar/2$, to spin elektronu B możemy przewidzieć **z prawdopodobieństwem 1 bez wykonywania pomiaru nad tym elektronem** (w naszym przypadku będzie to wynik $s_{z,B} = +\hbar/2$).

Własność ta **wcale nie jest oczywista**, ponieważ w chwili pomiaru oba elektrony mogą się znajdować **dowolnie daleko od siebie**.

Własność ta **wcale nie jest oczywista**, ponieważ w chwili pomiaru oba elektrony mogą się znajdować **dowolnie daleko od siebie**.

Wynika ona z **silnej korelacji kwantowej** stanu splątanego.

Kwantowe operacje logiczne

Kwantowa operacja logiczna = kwantowa bramka logiczna

Kwantowa operacja logiczna = kwantowa bramka logiczna

$$U|\Psi_{input}\rangle = |\Psi_{output}\rangle \quad (26)$$

Kwantowa operacja logiczna = kwantowa bramka logiczna

$$U|\Psi_{input}\rangle = |\Psi_{output}\rangle \quad (26)$$

U = operator unitarny

Interpretacja geometryczna bramki kwantowej

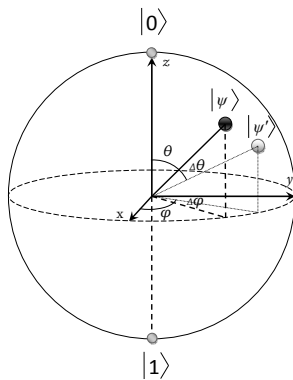
Interpretacja geometryczna bramki kwantowej

Obrót kubitów na sferze Blocha:

Interpretacja geometryczna bramki kwantowej

Obrót kubitów na sferze Blocha:

$$\phi \longrightarrow \phi + \Delta\phi, \theta \longrightarrow \theta + \Delta\theta.$$



Obrót kubitów na sferze Blocha.

Bramki jednokubitowe

Bramki jednokubitowe

Przekształcają pojedynczy kubit początkowy (określony na wejściu) w kubit wynikowy (mierzony na wyjściu).

Przykład: bramka negacji NOT

Przykład: bramka negacji NOT

$$U_{\text{NOT}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

Przykład: bramka negacji NOT

$$U_{\text{NOT}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$U_{\text{NOT}} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

Przykład: bramka negacji NOT

$$U_{\text{NOT}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$U_{\text{NOT}} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

W wyniku operacji NOT kubity bazowe ulegają zamianie

Przykład: bramka negacji NOT

$$U_{\text{NOT}} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$U_{\text{NOT}} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_0 \end{pmatrix} \quad (28)$$

W wyniku operacji NOT kubity bazowe ulegają zamianie

$$|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle .$$

Bramki dwukubitowe

Bramki dwukubitowe

Przekształcają wejściowy stan dwukubitowy w wynikowy stan dwukubitowy.

(1) Bramka kontrolowanej negacji CNOT (Controlled-NOT)

(1) Bramka kontrolowanej negacji CNOT
(Controlled-NOT)

$$U_{\text{CNOT}}|00\rangle = |00\rangle, \quad (29a)$$

(1) Bramka kontrolowanej negacji CNOT
(Controlled-NOT)

$$U_{\text{CNOT}}|00\rangle = |00\rangle, \quad (29a)$$

$$U_{\text{CNOT}}|01\rangle = |01\rangle, \quad (29b)$$

(1) Bramka kontrolowanej negacji CNOT
(Controlled-NOT)

$$U_{\text{CNOT}}|00\rangle = |00\rangle, \quad (29a)$$

$$U_{\text{CNOT}}|01\rangle = |01\rangle, \quad (29b)$$

$$U_{\text{CNOT}}|10\rangle = |11\rangle, \quad (29c)$$

(1) Bramka kontrolowanej negacji CNOT
(Controlled-NOT)

$$U_{\text{CNOT}}|00\rangle = |00\rangle, \quad (29a)$$

$$U_{\text{CNOT}}|01\rangle = |01\rangle, \quad (29b)$$

$$U_{\text{CNOT}}|10\rangle = |11\rangle, \quad (29c)$$

$$U_{\text{CNOT}}|11\rangle = |10\rangle. \quad (29d)$$

(1) Bramka kontrolowanej negacji CNOT (Controlled-NOT)

$$U_{\text{CNOT}}|00\rangle = |00\rangle, \quad (29a)$$

$$U_{\text{CNOT}}|01\rangle = |01\rangle, \quad (29b)$$

$$U_{\text{CNOT}}|10\rangle = |11\rangle, \quad (29c)$$

$$U_{\text{CNOT}}|11\rangle = |10\rangle. \quad (29d)$$

\implies Operacja CNOT jest operacją NOT dla drugiego kubitów wtedy i tylko wtedy, gdy pierwszy kubit jest w stanie $|1\rangle$.

(2) Bramka SWAP

(2) Bramka SWAP

$$U_{\text{SWAP}}(|i\rangle_A |j\rangle_B) = |j\rangle_A |i\rangle_B \quad (30)$$

(2) Bramka SWAP

$$U_{\text{SWAP}}(|i\rangle_A |j\rangle_B) = |j\rangle_A |i\rangle_B \quad (30)$$

Bramka SWAP zamienia pomiędzy sobą dwa kubity w stanie dwukubitowym, czyli

$$|i\rangle \leftrightarrow |j\rangle .$$

Bramka SWAP na kubitach spinowych

Bramka SWAP na kubitach spinowych

$$U_{\text{SWAP}}(|\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B) = |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B \quad (31)$$

Bramka SWAP na kubitach spinowych

$$U_{\text{SWAP}}(|\uparrow\rangle_A |\downarrow\rangle_B) = |\downarrow\rangle_A |\uparrow\rangle_B \quad (31)$$

W wyniku operacji SWAP wykonanej na parze elektronów spiny elektronów ulegają zamianie.

Symulacje komputerowe działania bramek kwantowych

Bramka CNOT na kubitach ładunkowych

Bramka CNOT na kubitach ładunkowych

S. Moskal, S. Bednarek, J. Adamowski, Phys. Rev. A 71 (2005) 062327.

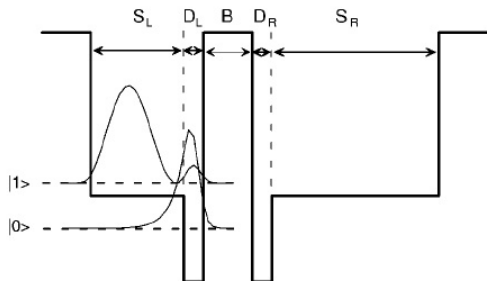


FIG. 1. Confinement potential profile in the vertical direction for two coupled QDs. Shown is also the electron probability density for the one-electron ground ($|0\rangle$) and first excited ($|1\rangle$) states. B is the barrier thickness, D_L (D_R) is the thickness of the deep potential-well region in the left (right) QD, and S_L (S_R) is the thickness of the shallow potential-well region in the left (right) QD.

Profil potencjału uwięzienia.

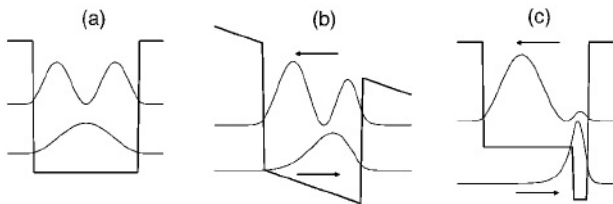
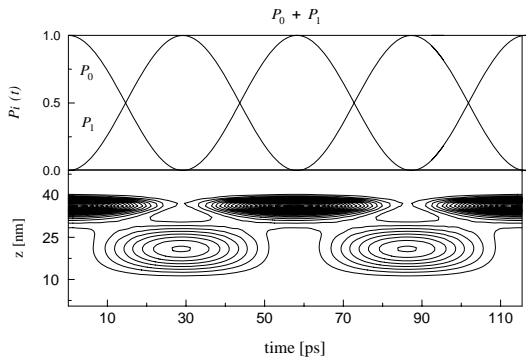


FIG. 2. Electron probability density for the one-electron ground and first excited states localized in (a) symmetric QD, (b) symmetric QD in an electric field, and (c) asymmetric QD. Arrows indicate the shift of the electron density in cases (b) and (c) with respect to case (a).

Porównanie wpływu pola elektrostatycznego i asymetrii kropek kwantowych na stany elektronowe.



Oscylacje Rabi'ego.

Górny rysunek: Prawdopodobieństwa P_0 i P_1 obsadzenia stanów jednoelektronowych $|0\rangle$ i $|1\rangle$ w funkcji czasu. Dolny rysunek: Kontury gęstości prawdopodobieństwa dla elektronu w pojedynczej asymetrycznej kropce kwantowej w funkcji położenia z i czasu.

Impuls π

Impuls π

Jeżeli kubit był w stanie bazy $|0\rangle$, to wskutek absorpcji fotonu o energii $\hbar\omega = E_1 - E_0$ po upływie czasu T_π przechodzi do stanu $|1\rangle$.

Impuls π

Jeżeli kubit był w stanie bazy $|0\rangle$, to wskutek absorpcji fotonu o energii $\hbar\omega = E_1 - E_0$ po upływie czasu T_π przechodzi do stanu $|1\rangle$.

Impuls π w reprezentacji Blocha

$$\theta \longrightarrow \theta + \pi . \quad (32)$$

Impuls π

Jeżeli kubit był w stanie bazy $|0\rangle$, to wskutek absorpcji fotonu o energii $\hbar\omega = E_1 - E_0$ po upływie czasu T_π przechodzi do stanu $|1\rangle$.

Impuls π w reprezentacji Blocha

$$\theta \longrightarrow \theta + \pi . \quad (32)$$

\implies

$$p_0 = |a_0|^2 = \cos^2(\theta/2 + \pi/2) = \sin^2(\theta/2) = |a_1|^2 = p_1 . \quad (33)$$

Impuls π

Jeżeli kubit był w stanie bazy $|0\rangle$, to wskutek absorpcji fotonu o energii $\hbar\omega = E_1 - E_0$ po upływie czasu T_π przechodzi do stanu $|1\rangle$.

Impuls π w reprezentacji Blocha

$$\theta \longrightarrow \theta + \pi . \quad (32)$$

\implies

$$p_0 = |a_0|^2 = \cos^2(\theta/2 + \pi/2) = \sin^2(\theta/2) = |a_1|^2 = p_1 . \quad (33)$$

Impuls π prowadzi do zamiany prawdopodobieństw wystąpienia stanów bazy

Impuls π

Jeżeli kubit był w stanie bazy $|0\rangle$, to wskutek absorpcji fotonu o energii $\hbar\omega = E_1 - E_0$ po upływie czasu T_π przechodzi do stanu $|1\rangle$.

Impuls π w reprezentacji Blocha

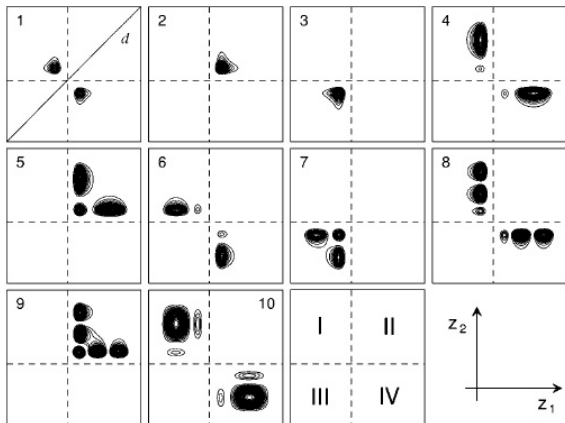
$$\theta \longrightarrow \theta + \pi . \quad (32)$$

\implies

$$p_0 = |a_0|^2 = \cos^2(\theta/2 + \pi/2) = \sin^2(\theta/2) = |a_1|^2 = p_1 . \quad (33)$$

Impuls π prowadzi do zamiany prawdopodobieństw wystąpienia stanów bazy

$$p_0 \leftrightarrow p_1 .$$



Kontury gęstości prawdopodobieństwa dla 10 stanów dwuelektronowych o najniższej energii. Jako stany bazy obliczeniowej wybieramy stany 1, 4, 6, 10.

$$\rho_1(z_1, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dz_2 \rho(z_1, z_2, t), \quad (14)$$

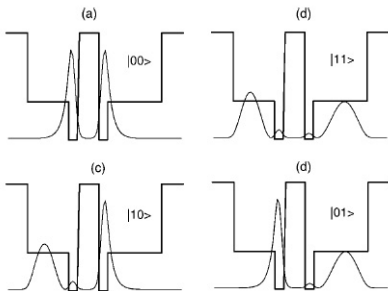


FIG. 5. One-electron probability density [Eq. (14)] for the computational-basis states for $t=0$. Also shown is the profile of the confinement potential.

Jednoelektronowa gęstość prawdopodobieństwa $\rho_1(z_1, t=0)$ dla dwukubitowych stanów bazy obliczeniowej.

TABLE II: Energy levels E_ν of the ten lowest-energy states of the model two-electron system. ν numbers the subsequent energy levels. The lateral excitation energy $2\hbar\omega_\perp$ is included in E_ν . The computational-basis states $|ij\rangle$ are listed in the last column.

ν	E_ν [meV]	$ ij\rangle$
1	-356.59	$ 00\rangle$
2	-342.15	
3	-342.02	
4	-329.81	$ 01\rangle$
5	-324.80	
6	-321.57	$ 10\rangle$
7	-313.98	
8	-307.86	
9	-301.09	
10	-293.34	$ 11\rangle$

Poziomy energetyczne E_ν dziesięciu stanów dwukubitowych o najniższej energii. Trzecia kolumna wskazuje stany bazy obliczeniowej.

TABLE III: Energy separations between energy levels E_{ij} of the computational-basis states $|ij\rangle$ and energy difference ΔE between the two transition energies relevant to the CNOT gate operation.

energy difference	[meV]
$\Delta E_I = E_{01} - E_{00}$	26.78
$\Delta E_{II} = E_{11} - E_{10}$	28.23
$E_{10} - E_{01}$	8.24
$E_{10} - E_{00}$	36.47
$E_{11} - E_{01}$	35.02
$\Delta E = \Delta E_{II} - \Delta E_I$	1.45

Różnice energii pomiędzy poziomami dwukubitowej bazy obliczeniowej. Operacja CNOT jest realizowana za pomocą fotonu o energii $\hbar\omega = \Delta E_{II} = 28.23$ meV.

Symulacja działania bramki CNOT

Numerycznie symulowane etapy realizacji bramki CNOT

Numerycznie symulowane etapy realizacji bramki CNOT

(a) relaksacja układu do stanu podstawowego $|00\rangle$

Numerycznie symulowane etapy realizacji bramki CNOT

- (a) relaksacja układu do stanu podstawowego $|00\rangle$
- (b) preparacja dwukubitowego stanu początkowego $|ij\rangle$

Numerycznie symulowane etapy realizacji bramki CNOT

- (a) relaksacja układu do stanu podstawowego $|00\rangle$
- (b) preparacja dwukubitowego stanu początkowego $|ij\rangle$
- (c) właściwa operacja CNOT:

Numerycznie symulowane etapy realizacji bramki CNOT

- (a) relaksacja układu do stanu podstawowego $|00\rangle$
- (b) preparacja dwukubitowego stanu początkowego $|ij\rangle$
- (c) właściwa operacja CNOT:
absorpcja fotonu o energii $\hbar\omega$, czas trwania
impulsu = T_π

Numerycznie symulowane etapy realizacji bramki CNOT

- (a) relaksacja układu do stanu podstawowego $|00\rangle$
- (b) preparacja dwukubitowego stanu początkowego $|ij\rangle$
- (c) właściwa operacja CNOT:
absorpcja fotonu o energii $\hbar\omega$, czas trwania
impulsu = T_π
- (d) pomiar stanu końcowego układu

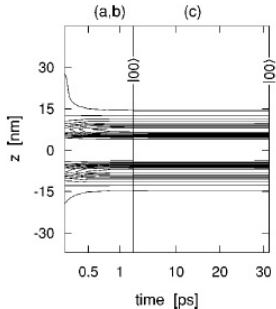
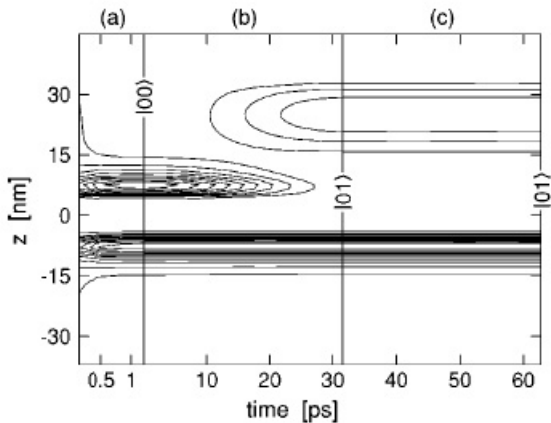
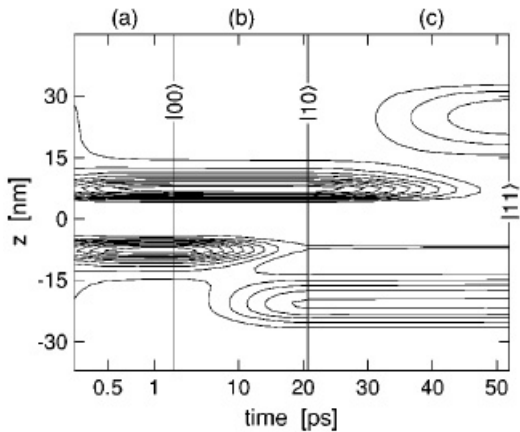


FIG. 6. Contour plots of the electron probability density as functions of time t and spatial coordinate $z=z_1$ for the working cycle of the CNOT gate corresponding to the operation defined by Eq. (7a). (a,b) corresponds to the relaxation of the system to the ground state and simultaneously the preparation of the initial state. (c) corresponds to the CNOT gate operation defined by Eq. (7a).

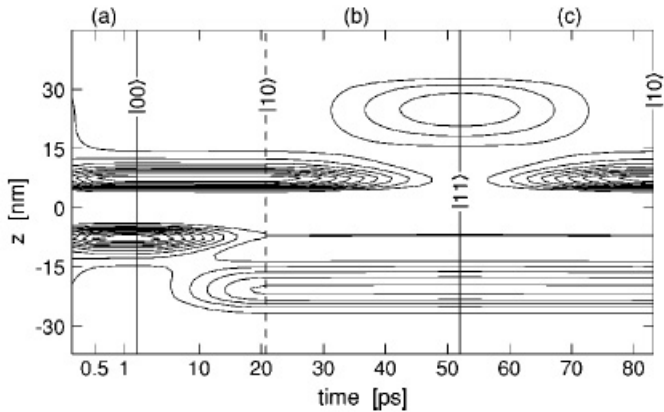
Symulacja komputerowa operacji $U_{\text{CNOT}}|00\rangle = |00\rangle$.



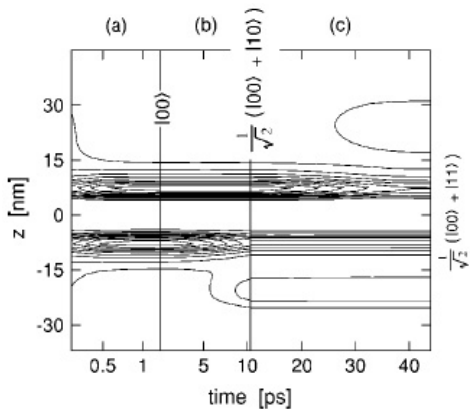
Symulacja komputerowa operacji $U_{\text{CNOT}}|01\rangle = |01\rangle$.



Symulacja komputerowa operacji $U_{\text{CNOT}}|10\rangle = |11\rangle$.



Symulacja komputerowa operacji $U_{\text{CNOT}}|11\rangle = |10\rangle$.



Produkcja stanu splątanego

$$U_{\text{CNOT}}(\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)|0\rangle = \alpha|00\rangle + \beta|11\rangle.$$

Bramka SWAP na kubitach spinowych

Bramka SWAP na kubitach spinowych

S. Moskal, S. Bednarek, J. Adamowski, Phys. Rev A 76 (2007) 032302.

Symulacja operacji zamiany spinów elektronów
w sprzężonych kropkach kwantowych sterowanych
napięciami bramek

Symulacja operacji zamiany spinów elektronów w sprzężonych kropkach kwantowych sterowanych napięciami bramek

Okresowa zmiana napięcia bramki powoduje następujące
oscylacje potencjału uwięzienia:

Symulacja operacji zamiany spinów elektronów w sprzężonych kropkach kwantowych sterowanych napięciami bramek

Okresowa zmiana napięcia bramki powoduje następujące
oscylacje potencjału uwięzienia:

⇒ dwie rozdzielone studnie potencjału uwięzienia →
pojedyncza studnia potencjału → dwie rozdzielone studnie
potencjału → ...

Symulacja operacji zamiany spinów elektronów w sprzężonych kropkach kwantowych sterowanych napięciami bramek

Okresowa zmiana napięcia bramki powoduje następujące
oscylacje potencjału uwięzienia:

⇒ dwie rozdzielone studnie potencjału uwięzienia →
pojedyncza studnia potencjału → dwie rozdzielone studnie
potencjału → ...

⇒ tunelowanie elektronów do jednej wspólnej studni
potencjału i z powrotem do rozdzielonych studni kwantowych

Symulacja operacji zamiany spinów elektronów w sprzężonych kropkach kwantowych sterowanych napięciami bramek

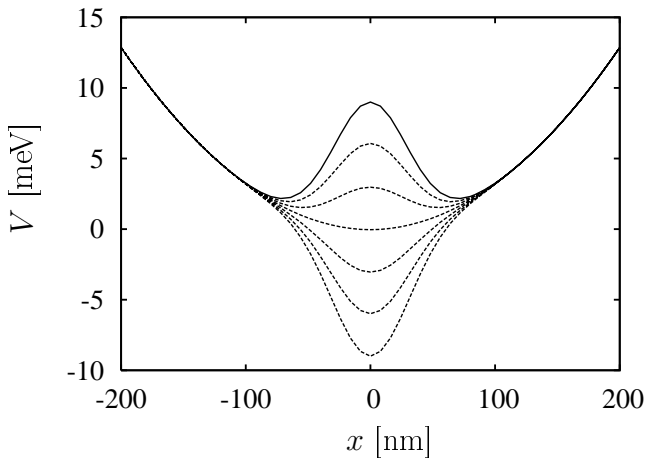
Okresowa zmiana napięcia bramki powoduje następujące
oscylacje potencjału uwięzienia:

⇒ dwie rozdzielone studnie potencjału uwięzienia →
pojedyncza studnia potencjału → dwie rozdzielone studnie
potencjału → ...

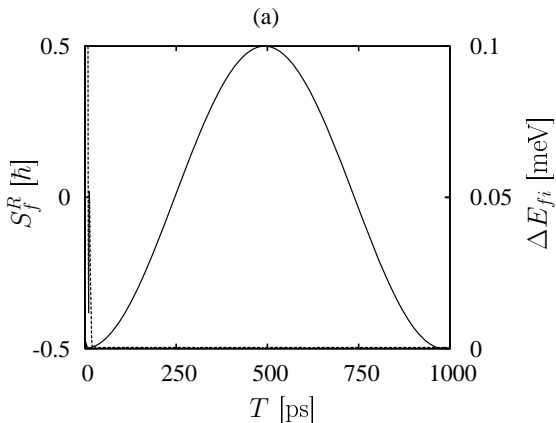
⇒ tunelowanie elektronów do jednej wspólnej studni
potencjału i z powrotem do rozdzielonych studni kwantowych

⇒ spiny elektronów ulegają zamianie (operacja SWAP)

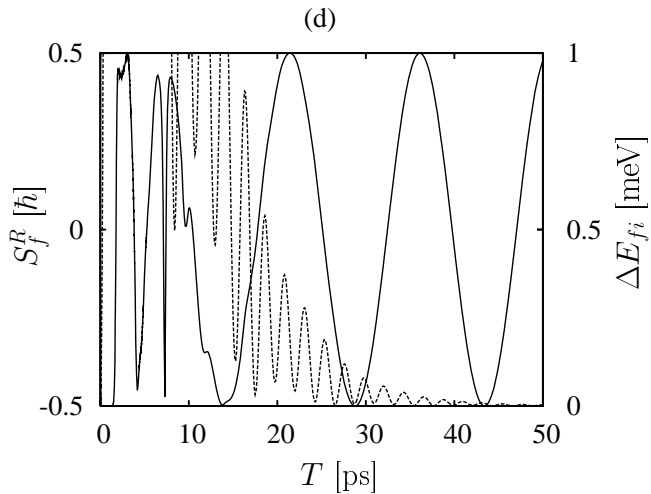
Symetryczne kropki kwantowe



Zmiana w czasie profilu potencjału uwięzienia.

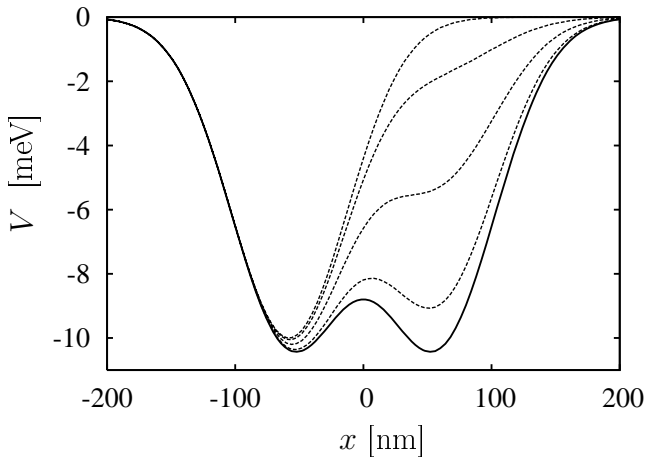


Wartość oczekiwana z -owej składowej spinu S_f^R w prawej kropce kwantowej (krzywa ciągła) i różnica energii ΔE_{fi} pomiędzy stanem końcowym i początkowym (krzywa przerywana) w funkcji czasu T trwania procesu.
 (a) $V_{min} = 0$.

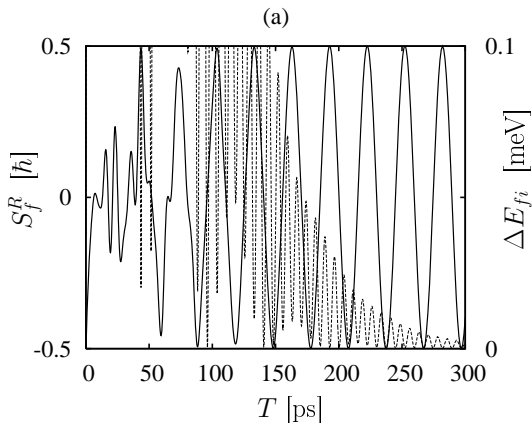


(b) $V_{min} = -9 \text{ meV}$.

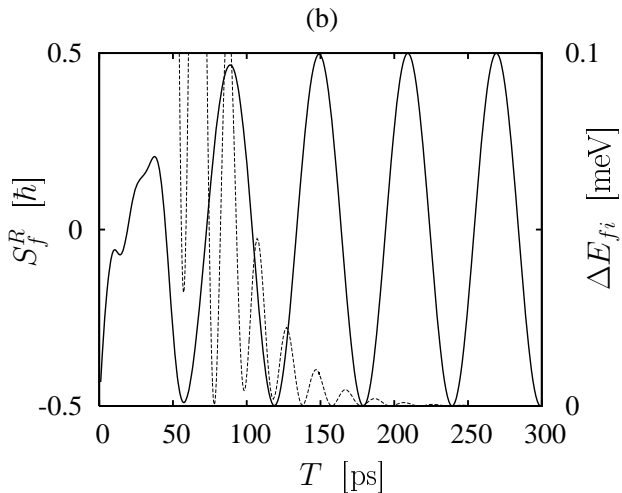
Asymetryczne kropki kwantowe



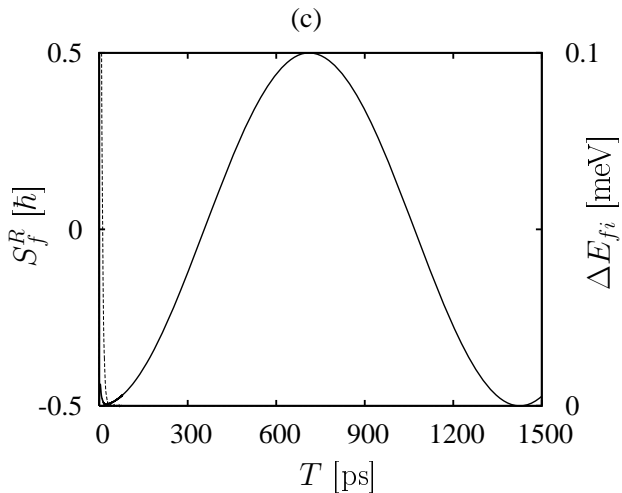
Profil potencjału uwięzienia dla różnych chwil czasowych.



Wartość oczekiwana z -owej składowej spinu S_f^R w prawej kropce kwantowej (krzywa ciągła) i różnica energii ΔE_{fi} pomiędzy stanem końcowym i początkowym (krzywa przerywana) w funkcji czasu T trwania procesu.
 (a) $V_{max}^R = -3$ meV.



(b) $V_{max}^R = -5$ meV.



(c) $V_{max}^R = -7 \text{ meV}$.

Problemy

Mechanizmy niszczenia kubitów

Mechanizmy niszczenia kubitów

(1) rozpad stanu kwantowego

Mechanizmy niszczenia kubitów

(1) **rozpad stanu kwantowego**

T_1 = czas relaksacji (czas życia)

Mechanizmy niszczenia kubitów

- (1) **rozpad stanu kwantowego**
 $T_1 =$ czas relaksacji (czas życia)
- (2) **dekoherencja**

Mechanizmy niszczenia kubitów

(1) **rozpad stanu kwantowego**

T_1 = czas relaksacji (czas życia)

(2) **dekoherencja**

T_2 = czas koherencji

Zwykle $T_2 < T_1$.

Zwykle $T_2 < T_1$.

Dla kubitów spinowych: $T_2 \simeq 1 \div 100\mu s$.

Zwykle $T_2 < T_1$.

Dla kubitów spinowych: $T_2 \simeq 1 \div 100 \mu s$.

W półprzewodnikach główną przyczyną relaksacji kubitów ładunkowych jest oddziaływanie z drganiami sieci i domieszkami.

Zwykle $T_2 < T_1$.

Dla kubitów spinowych: $T_2 \simeq 1 \div 100 \mu s$.

W półprzewodnikach główną przyczyną relaksacji kubitów ładunkowych jest oddziaływanie z drganiami sieci i domieszkami. Natomiast relaksacja kubitów spinowych zachodzi wskutek oddziaływania nadsubtelnego spinu elektronu ze spinami jąder sieci krystalicznej.

Dekoherencja

Dekoherencja

Zmiana **względnej fazy** kubitów bazowych wskutek nieusuwalnych oddziaływań z otoczeniem.

Dekoherencja

Zmiana **względnej fazy** kubitów bazowych wskutek nieusuwalnych oddziaływań z otoczeniem.

$$|\psi\rangle = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle \longrightarrow a_0|0\rangle + e^{i\theta} a_1|1\rangle \quad (34)$$

θ = względna faza zmieniająca wyniki pomiarów

Przykład

Przykład

Dla $\theta = 0$

$$|\psi\rangle_0 = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle . \quad (35)$$

Przykład

Dla $\theta = 0$

$$|\psi\rangle_0 = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle . \quad (35)$$

Natomiast dla $\theta = \pi$

Przykład

Dla $\theta = 0$

$$|\psi\rangle_0 = a_0|0\rangle + a_1|1\rangle . \quad (35)$$

Natomiast dla $\theta = \pi$

$$|\psi\rangle_\pi = a_0|0\rangle - a_1|1\rangle . \quad (36)$$

Zmiana $\theta = 0 \longrightarrow \theta = \pi$ powoduje, że wartość oczekiwana wielkości fizycznej Ω zmienia się z wartości

$$\langle \Omega \rangle_0 = |a_0|^2 \langle 0 | \Omega | 0 \rangle + |a_1|^2 \langle 1 | \Omega | 1 \rangle + 2\Re(a_0 a_1 \langle 0 | \Omega | 1 \rangle) \quad (37)$$

Zmiana $\theta = 0 \longrightarrow \theta = \pi$ powoduje, że wartość oczekiwana wielkości fizycznej Ω zmienia się z wartości

$$\langle \Omega \rangle_0 = |a_0|^2 \langle 0 | \Omega | 0 \rangle + |a_1|^2 \langle 1 | \Omega | 1 \rangle + 2\Re(a_0 a_1 \langle 0 | \Omega | 1 \rangle) \quad (37)$$

dla $\theta = 0$ na wartość

$$\langle \Omega \rangle_\pi = |a_0|^2 \langle 0 | \Omega | 0 \rangle + |a_1|^2 \langle 1 | \Omega | 1 \rangle - 2\Re(a_0 a_1 \langle 0 | \Omega | 1 \rangle) \quad (38)$$

dla $\theta = \pi$.

Zmiana $\theta = 0 \longrightarrow \theta = \pi$ powoduje, że wartość oczekiwana wielkości fizycznej Ω zmienia się z wartości

$$\langle \Omega \rangle_0 = |a_0|^2 \langle 0 | \Omega | 0 \rangle + |a_1|^2 \langle 1 | \Omega | 1 \rangle + 2\Re(a_0 a_1 \langle 0 | \Omega | 1 \rangle) \quad (37)$$

dla $\theta = 0$ na wartość

$$\langle \Omega \rangle_\pi = |a_0|^2 \langle 0 | \Omega | 0 \rangle + |a_1|^2 \langle 1 | \Omega | 1 \rangle - 2\Re(a_0 a_1 \langle 0 | \Omega | 1 \rangle) \quad (38)$$

dla $\theta = \pi$.

$$\implies \langle \Omega \rangle_0 \neq \langle \Omega \rangle_\pi$$

Dekoherencja jest główną przyczyną niszczenia informacji kwantowej.

Przybliżona miara jakości procesora kwantowego

$$R = \frac{T_2}{T_{operacji}} \quad (39)$$

Przybliżona miara jakości procesora kwantowego

$$R = \frac{T_2}{T_{operacji}} \quad (39)$$

Optymalne wartości

$$R \simeq 10000$$

konieczne do wykonania wielokrotnej korekcji błędów.

Eksperymenty z kubitami spinowymi

Nieniszczący pomiar spinów pary elektronów w pojedynczej kropce kwantowej

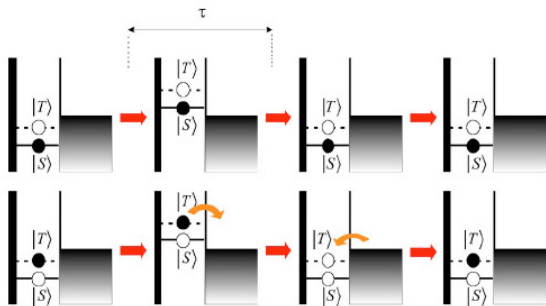
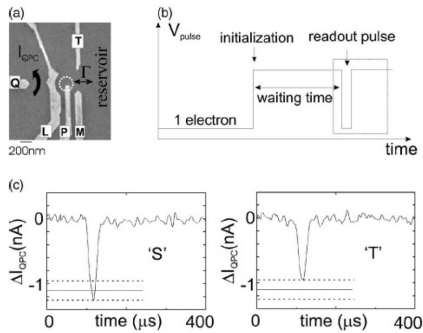


FIG. 1. (Color online) Schematic of the quantum dot throughout the nondestructive measurement scheme, for a singlet (top) or triplet (bottom) initial state. Curved arrows indicate tunnel process. The interesting feature is that the spin state is the same before and after the measurement.

Schemat pomiaru.



(a) Obraz ze skaningowego mikroskopu elektronowego. (b) Impulsy napięcia przyłożonego do bramki P. (c) Rejestrowana zmiana prądu przez kwantowy kontakt punktowy (QPC) w przedziale 400 μs jako odpowiedź na sygnał oznaczony prostokątem na rysunku (b) dla singletu 'S' i trypletu 'T'.

Koherentna manipulacja stanami spinowymi w sprzężonych kropkach kwantowych

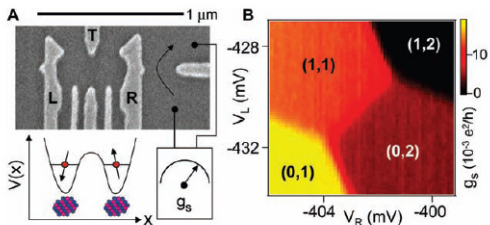


Fig. 1. (A) Scanning electron micrograph of a sample identical to the one measured, consisting of electrostatic gates on the surface of a two-dimensional electron gas. Voltages on gates L and R control the number of electrons in the left and right dots. Gate T is used to adjust the interdot tunnel coupling. The quantum point contact conductance g_s is sensitive primarily to the number of electrons in the right dot. (B) g_s measured as a function of V_L and V_R reflects the double-dot charge stability diagram (a background slope has been subtracted). Charge states are labeled (m,n) , where m is the number of electrons in the left dot and n is the number of electrons in the right dot. Each charge state gives a distinct reading of g_s .

(A) Obraz elektrod definiujących sprzężone kropki kwantowe, przebieg potencjału uwięzienia i schemat pomiaru przewodnictwa. (B) Wyniki pomiaru przewodnictwa przez QPC dla różnych liczb elektronów (n, m) w lewej (n) i prawej (m) kropce.

Diskusja

Pojawia się pytanie:

Pojawia się pytanie:

Jakie zmiany już spowodowała i jeszcze spowoduje fizyka kwantowa w naszej cywilizacji?

- (1) Technologie oparte na **pośrednim wykorzystaniu zjawisk kwantowych:**

(1) Technologie oparte na **pośrednim wykorzystaniu zjawisk kwantowych**:

▶ zjawisko fotoelektryczne \implies fotokomórka,

(1) Technologie oparte na **pośrednim wykorzystaniu zjawisk kwantowych**:

- ▶ zjawisko fotoelektryczne \implies fotokomórka,
- ▶ promieniowanie atomów i molekuł \implies laser,

(1) Technologie oparte na **pośrednim wykorzystaniu zjawisk kwantowych**:

- ▶ zjawisko fotoelektryczne \implies fotokomórka,
- ▶ promieniowanie atomów i molekuł \implies laser,
- ▶ elektronowa struktura pasmowa ciał stałych \implies dioda, tranzystor, ...

(1) Technologie oparte na **pośrednim wykorzystaniu zjawisk kwantowych**:

- ▶ zjawisko fotoelektryczne \implies fotokomórka,
- ▶ promieniowanie atomów i molekuł \implies laser,
- ▶ elektronowa struktura pasmowa ciał stałych \implies dioda, tranzystor, ...
- ▶ i wiele innych

- (1) Technologie oparte na **pośrednim wykorzystaniu zjawisk kwantowych**:
- ▶ zjawisko fotoelektryczne \implies fotokomórka,
 - ▶ promieniowanie atomów i molekuł \implies laser,
 - ▶ elektronowa struktura pasmowa ciał stałych \implies dioda, tranzystor, ...
 - ▶ i wiele innych
- (2) **Nowe technologie kwantowe oparte na bezpośrednim wykorzystaniu zjawisk kwantowych.**

Nowe technologie kwantowe

Nowe technologie kwantowe

- ▶ algorytmy kwantowe

Nowe technologie kwantowe

- ▶ algorytmy kwantowe
- ▶ kryptografia kwantowa

Nowe technologie kwantowe

- ▶ algorytmy kwantowe
- ▶ kryptografia kwantowa
- ▶ teleportacja kwantowa

Nowe technologie kwantowe

- ▶ algorytmy kwantowe
- ▶ kryptografia kwantowa
- ▶ teleportacja kwantowa
- ▶ jednoelektronowa komórka pamięci

Nowe technologie kwantowe

- ▶ algorytmy kwantowe
- ▶ kryptografia kwantowa
- ▶ teleportacja kwantowa
- ▶ jednoelektronowa komórka pamięci
- ▶ tranzystor jednoelektronowy \implies **nanoelektronika**

Nowe technologie kwantowe

- ▶ algorytmy kwantowe
- ▶ kryptografia kwantowa
- ▶ teleportacja kwantowa
- ▶ jednoelektronowa komórka pamięci
- ▶ tranzystor jednoelektronowy \implies **nanoelektronika**
- ▶ tranzystor spinowy \implies **spintronika**

Nowe technologie kwantowe

- ▶ algorytmy kwantowe
- ▶ kryptografia kwantowa
- ▶ teleportacja kwantowa
- ▶ jednoelektronowa komórka pamięci
- ▶ tranzystor jednoelektronowy \implies **nanoelektronika**
- ▶ tranzystor spinowy \implies **spintronika**
- ▶ lasery atomowe

Nowe technologie kwantowe

- ▶ algorytmy kwantowe
- ▶ kryptografia kwantowa
- ▶ teleportacja kwantowa
- ▶ jednoelektronowa komórka pamięci
- ▶ tranzystor jednoelektronowy \implies **nanoelektronika**
- ▶ tranzystor spinowy \implies **spintronika**
- ▶ lasery atomowe
- ▶ nanolitografia

Podsumowanie

Aktualny stan badań nad realizacją komputera kwantowego

Aktualny stan badań nad realizacją komputera kwantowego

- ▶ Zaawansowana faza rozwoju teorii obliczeń kwantowych
⇒ **algorytmy kwantowe.**

Aktualny stan badań nad realizacją komputera kwantowego

- ▶ Zaawansowana faza rozwoju teorii obliczeń kwantowych
⇒ **algorytmy kwantowe**.
- ▶ Obiecujące wyniki realizacji eksperymentalnej manipulacji kubitami spinowymi oraz kubitami w układach nadprzewodzących.

Aktualny stan badań nad realizacją komputera kwantowego

- ▶ Zaawansowana faza rozwoju teorii obliczeń kwantowych
⇒ **algorytmy kwantowe**.
- ▶ Obiecujące wyniki realizacji eksperymentalnej manipulacji kubitami spinowymi oraz kubitami w układach nadprzewodzących.
- ▶ Niestety dotąd nie została ustalona optymalna realizacja fizyczna komputera kwantowego.

Aktualny stan badań nad realizacją komputera kwantowego

- ▶ Zaawansowana faza rozwoju teorii obliczeń kwantowych
⇒ **algorytmy kwantowe**.
- ▶ Obiecujące wyniki realizacji eksperymentalnej manipulacji kubitami spinowymi oraz kubitami w układach nadprzewodzących.
- ▶ Niestety dotąd nie została ustalona optymalna realizacja fizyczna komputera kwantowego. Obliczenia kwantowe mogą być wykonywane na:

Aktualny stan badań nad realizacją komputera kwantowego

- ▶ Zaawansowana faza rozwoju teorii obliczeń kwantowych
⇒ **algorytmy kwantowe**.
- ▶ Obiecujące wyniki realizacji eksperymentalnej manipulacji kubitami spinowymi oraz kubitami w układach nadprzewodzących.
- ▶ Niestety dotąd nie została ustalona optymalna realizacja fizyczna komputera kwantowego. Obliczenia kwantowe mogą być wykonywane na: kropkach kwantowych, układach nadprzewodzących, pułapkach jonowych i atomowych, układach NMR, ...

⇒ Obecnie budowane są do użytku komercyjnego **kwantowe maszyny do szyfrowania i odszyfrowywania informacji**.

Zalety kropek kwantowych

Zalety kropek kwantowych

- (1) Możliwość modelowania własności elektronowych

Zalety kropek kwantowych

- (1) Możliwość modelowania własności elektronowych
⇒ **inżynieria kwantowa**

Zalety kropek kwantowych

- (1) Możliwość modelowania własności elektronowych
⇒ **inżynieria kwantowa**
- (2) Łatwość integracji z istniejącą elektroniką

Zalety kropek kwantowych

- (1) Możliwość modelowania własności elektronowych
⇒ **inżynieria kwantowa**
- (2) Łatwość integracji z istniejącą elektroniką
⇒ **nanoelektronika**

Zalety kropek kwantowych

- (1) Możliwość modelowania własności elektronowych
⇒ **inżynieria kwantowa**
- (2) Łatwość integracji z istniejącą elektroniką
⇒ **nanoelektronika**
- (3) Skalowalność

Zalety kropek kwantowych

- (1) Możliwość modelowania własności elektronowych
⇒ **inżynieria kwantowa**
- (2) Łatwość integracji z istniejącą elektroniką
⇒ **nanoelektronika**
- (3) Skalowalność
obwód scalony = matryca kropek kwantowych

Zalety kropek kwantowych

- (1) Możliwość modelowania własności elektronowych
⇒ **inżynieria kwantowa**
- (2) Łatwość integracji z istniejącą elektroniką
⇒ **nanoelektronika**
- (3) Skalowalność
obwód scalony = matryca kropek kwantowych
- (4) Rozmiary kropek kwantowych wyznaczają **granice miniaturyzacji przyrządów elektronicznych** wytworzonych w sposób sztuczny przez człowieka.

Perspektywy na przyszłość

- ▶ Integracja kropek kwantowych z dużymi molekułami

- ▶ Integracja kropek kwantowych z dużymi molekułami
⇒ elektronika molekularna

- ▶ Integracja kropek kwantowych z dużymi molekułami
⇒ elektronika molekularna
- ▶ Nanoprzyrządy hybrydowe

- ▶ Integracja kropek kwantowych z dużymi molekułami
⇒ elektronika molekularna
- ▶ Nanoprzyrządy hybrydowe
⇒ układy półprzewodnik-nadprzewodnik

- ▶ Integracja kropek kwantowych z dużymi molekułami
⇒ elektronika molekularna
- ▶ Nanoprzyrządy hybrydowe
⇒ układy półprzewodnik-nadprzewodnik
- ▶ Elektronika spinowa

- ▶ Integracja kropek kwantowych z dużymi molekułami
⇒ elektronika molekularna
- ▶ Nanoprzyrządy hybrydowe
⇒ układy półprzewodnik-nadprzewodnik
- ▶ Elektronika spinowa
⇒ spintronika

Często uważa się, że **budowa komputera kwantowego** jest głównym wyzwaniem technologicznym XXI wieku.

Jednakże – moim zdaniem z punkty widzenia rozwoju naszej cywilizacji – najważniejszymi problemami technologicznymi do rozwiązania w XXI wieku są:

Jednakże – moim zdaniem z punkty widzenia rozwoju naszej cywilizacji – najważniejszymi problemami technologicznymi do rozwiązania w XXI wieku są:

- ▶ **wydajne źródła energii odnawialnej,**

Jednakże – moim zdaniem z punkty widzenia rozwoju naszej cywilizacji – najważniejszymi problemami technologicznymi do rozwiązania w XXI wieku są:

- ▶ **wydajne źródła energii odnawialnej,**
- ▶ **energo-oszczędne przyrządy elektroniczne i optoelektroniczne,**

Jednakże – moim zdaniem z punkty widzenia rozwoju naszej cywilizacji – najważniejszymi problemami technologicznymi do rozwiązania w XXI wieku są:

- ▶ **wydajne źródła energii odnawialnej,**
- ▶ **energo-oszczędne przyrządy elektroniczne i optoelektroniczne,**
- ▶ **nanoroboty dostarczające skutecznie leki do wybranych części organizmu człowieka.**

Jednakże – moim zdaniem z punkty widzenia rozwoju naszej cywilizacji – najważniejszymi problemami technologicznymi do rozwiązania w XXI wieku są:

- ▶ **wydajne źródła energii odnawialnej,**
- ▶ **energo-oszczędne przyrządy elektroniczne i optoelektroniczne,**
- ▶ **nanoroboty dostarczające skutecznie leki do wybranych części organizmu człowieka.**

Problemy te rozwiązywane są z zastosowaniem **przyrządów i materiałów półprzewodnikowych.**