

VI.
PÓŁPRZEWODNIKI
W ZEWNĘTRZNYCH POLACH

Elektron w statycznym jednorodnym polu elektrycznym

Elektron w statycznym jednorodnym polu elektrycznym

Zbadamy wpływ stałego jednorodnego pola elektrostatycznego na stany jednoelektronowe w półprzewodniku.

Elektron w statycznym jednorodnym polu elektrycznym

Zbadamy wpływ stałego jednorodnego pola elektrostatycznego na stany jednoelektronowe w półprzewodniku. W opisie posłużymy się metodą masy efektywnej.

Elektron w statycznym jednorodnym polu elektrycznym

Zbadamy wpływ stałego jednorodnego pola elektrostatycznego na stany jednoelektronowe w półprzewodniku. W opisie posłużymy się metodą masy efektywnej. Przyjmujemy, że pole elektryczne \mathbf{F} wyznacza kierunek osi x , czyli $\mathbf{F} = (F, 0, 0)$.

Elektron w statycznym jednorodnym polu elektrycznym

Zbadamy wpływ stałego jednorodnego pola elektrostatycznego na stany jednoelektronowe w półprzewodniku. W opisie posłużymy się metodą masy efektywnej. Przyjmujemy, że pole elektryczne \mathbf{F} wyznacza kierunek osi x , czyli $\mathbf{F} = (F, 0, 0)$. Potencjał tego pola wyrażony jest wzorem

Elektron w statycznym jednorodnym polu elektrycznym

Zbadamy wpływ stałego jednorodnego pola elektrostatycznego na stany jednoelektronowe w półprzewodniku. W opisie posłużymy się metodą masy efektywnej. Przyjmujemy, że pole elektryczne \mathbf{F} wyznacza kierunek osi x , czyli $\mathbf{F} = (F, 0, 0)$. Potencjał tego pola wyrażony jest wzorem

$$\varphi(x) = -Fx . \quad (1)$$

Elektron w statycznym jednorodnym polu elektrycznym

Zbadamy wpływ stałego jednorodnego pola elektrostatycznego na stany jednoelektronowe w półprzewodniku. W opisie posłużymy się metodą masy efektywnej. Przyjmujemy, że pole elektryczne \mathbf{F} wyznacza kierunek osi x , czyli $\mathbf{F} = (F, 0, 0)$. Potencjał tego pola wyrażony jest wzorem

$$\varphi(x) = -Fx . \quad (1)$$

Sprawdzenie:

Elektron w statycznym jednorodnym polu elektrycznym

Zbadamy wpływ stałego jednorodnego pola elektrostatycznego na stany jednoelektronowe w półprzewodniku. W opisie posłużymy się metodą masy efektywnej. Przyjmujemy, że pole elektryczne \mathbf{F} wyznacza kierunek osi x , czyli $\mathbf{F} = (F, 0, 0)$. Potencjał tego pola wyrażony jest wzorem

$$\varphi(x) = -Fx . \quad (1)$$

Sprawdzenie:

$$\mathbf{F} = -\nabla\varphi = -\frac{d\varphi}{dx} = F \equiv F_x .$$

Elektron o ładunku $q_e = -e$ uzyskuje w polu elektrycznym dodatkową energię potencjalną

Elektron o ładunku $q_e = -e$ uzyskuje w polu elektrycznym dodatkową energię potencjalną

$$\Delta U = q_e \varphi(x) = -e \varphi(x) , \quad (2)$$

Elektron o ładunku $q_e = -e$ uzyskuje w polu elektrycznym dodatkową energię potencjalną

$$\Delta U = q_e \varphi(x) = -e\varphi(x) , \quad (2)$$

czyli

$$\Delta U = eFx . \quad (3)$$

Elektron o ładunku $q_e = -e$ uzyskuje w polu elektrycznym dodatkową energię potencjalną

$$\Delta U = q_e \varphi(x) = -e \varphi(x) , \quad (2)$$

czyli

$$\Delta U = e F x . \quad (3)$$

Jeżeli pole elektryczne nie jest zbyt silne, to w obrębie komórki elementarnej o rozmiarach rzędu stałej sieci a energia ΔU przyjmuje niewielką wartość, a ponadto zmienia się nieznacznie,

Elektron o ładunku $q_e = -e$ uzyskuje w polu elektrycznym dodatkową energię potencjalną

$$\Delta U = q_e \varphi(x) = -e \varphi(x) , \quad (2)$$

czyli

$$\Delta U = e F x . \quad (3)$$

Jeżeli pole elektryczne nie jest zbyt silne, to w obrębie komórki elementarnej o rozmiarach rzędu stałej sieci a energia ΔU przyjmuje niewielką wartość, a ponadto zmienia się nieznacznie, ponieważ $x \simeq a$ jest znacznie mniejsze od rozmiarów kryształu.

Zatem ΔU możemy traktować jako małą wolnozmienną poprawkę do energii pola periodycznego.

Zatem ΔU możemy traktować jako małą wolnozmienną poprawkę do energii pola periodycznego. Oznacza to, że spełnione są warunki stosowalności przybliżenia masy efektywnej.

Zatem ΔU możemy traktować jako małą wolnozmienną poprawkę do energii pola periodycznego. Oznacza to, że spełnione są warunki stosowalności przybliżenia masy efektywnej.

Zgodnie z metodą masy efektywnej dla kryształu pod działaniem zewnętrznego pola elektrycznego hamiltonian elektronu o pasmowej masie efektywnej m_e przyjmuje postać

Zatem ΔU możemy traktować jako małą wolnozmienną poprawkę do energii pola periodycznego. Oznacza to, że spełnione są warunki stosowalności przybliżenia masy efektywnej.

Zgodnie z metodą masy efektywnej dla kryształu pod działaniem zewnętrznego pola elektrycznego hamiltonian elektronu o pasmowej masie efektywnej m_e przyjmuje postać

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e}\nabla^2 + \Delta U . \quad (4)$$

Jeżeli zaburzenie pola kryształu przez zewnętrzne pole elektryczne jest małe, to możemy zastosować rachunek zaburzeń 1. rzędu, który prowadzi do następującej poprawki do energii pasmowej elektronu:

Jeżeli zaburzenie pola kryształu przez zewnętrzne pole elektryczne jest małe, to możemy zastosować rachunek zaburzeń 1. rzędu, który prowadzi do następującej poprawki do energii pasmowej elektronu:

$$\Delta E = \langle \Delta U \rangle = eF \langle x \rangle , \quad (5)$$

Jeżeli zaburzenie pola kryształu przez zewnętrzne pole elektryczne jest małe, to możemy zastosować rachunek zaburzeń 1. rzędu, który prowadzi do następującej poprawki do energii pasmowej elektronu:

$$\Delta E = \langle \Delta U \rangle = eF \langle x \rangle , \quad (5)$$

przy czym wartość oczekiwaną liczymy przy użyciu funkcji Blocha (fali płaskiej) odpowiedniego pasma.

Poprawkę (5) dodajemy do energii pasmowej elektronu, co prowadzi do formuły na energię

$$E_n(\mathbf{k}, F) = E_n^0(\mathbf{k}) + eF\langle x \rangle , \quad (6)$$

Poprawkę (5) dodajemy do energii pasmowej elektronu, co prowadzi do formuły na energię

$$E_n(\mathbf{k}, F) = E_n^0(\mathbf{k}) + eF\langle x \rangle, \quad (6)$$

gdzie $E_n^0(\mathbf{k})$ jest energią elektronu w pasmie n dla pola $F = 0$.

Wniosek

Wniosek

Jednorodne zewnętrzne pole elektrostatyczne prowadzi do pojawienia się nachylenia pasm energetycznych w funkcji położenia elektronu w kryształach.

Wniosek

Jednorodne zewnętrzne pole elektrostatyczne prowadzi do pojawienia się nachylenia pasm energetycznych w funkcji położenia elektronu w kryształach.

Z kolei nachylenie pasm energetycznych może powodować tunelowanie elektronu z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa.

Wniosek

Jednorodne zewnętrzne pole elektrostatyczne prowadzi do pojawienia się nachylenia pasm energetycznych w funkcji położenia elektronu w kryształach.

Z kolei nachylenie pasm energetycznych może powodować tunelowanie elektronu z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa.

Dla odpowiednio silnego pola elektrycznego elektron może z niezerowym prawdopodobieństwem przejść z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa.

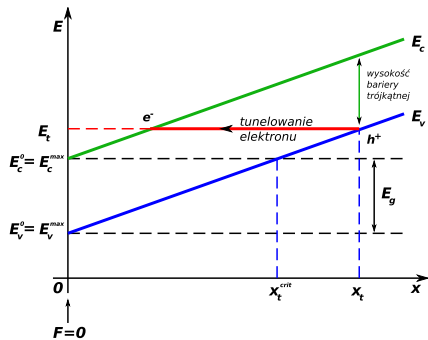
Wniosek

Jednorodne zewnętrzne pole elektrostatyczne prowadzi do pojawienia się nachylenia pasm energetycznych w funkcji położenia elektronu w kryształach.

Z kolei nachylenie pasm energetycznych może powodować tunelowanie elektronu z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa.

Dla odpowiednio silnego pola elektrycznego elektron może z niezerowym prawdopodobieństwem przejść z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa.

Jest to tzw. **efekt Zenera**, który może powodować przebicie diody półprzewodnikowej.



Efekt Zenera.

Elektron w jednorodnym polu magnetycznym i parabolicznym potencjale uwięzienia bocznego

Elektron w jednorodnym polu magnetycznym i parabolicznym potencjale uwięzienia bocznego

Rozważamy wpływ jednorodnego statycznego pola magnetycznego oraz parabolicznego uwięzienia bocznego na stany jednoelektronowe w przybliżeniu masy efektywnej.

Elektron w jednorodnym polu magnetycznym i parabolicznym potencjale uwięzienia bocznego

Rozważamy wpływ jednorodnego statycznego pola magnetycznego oraz parabolicznego uwięzienia bocznego na stany jednoelektronowe w przybliżeniu masy efektywnej. Jest to tzw. **problem Focka-Darwina**, który znajduje obecnie zastosowanie do opisu stanów elektronów uwięzionych w kropkach kwantowych.

Na początek separujemy zmienną spinową elektronu, czyli rozważamy problem bezspinowy.

Na początek separujemy zmienną spinową elektronu, czyli rozważamy problem bezspinowy.

Przyjmujemy, że elektron o ładunku $q_e = -e$ i pasmowej masie efektywnej $m^* = m_e$ znajduje się w kropce kwantowej w polu uwięzienia bocznego o energii potencjalnej

$$U_{conf}(x, y) = \frac{m_e \omega_0^2}{2} (x^2 + y^2). \quad (7)$$

Na początek separujemy zmienną spinową elektronu, czyli rozważamy problem bezspinowy.

Przyjmujemy, że elektron o ładunku $q_e = -e$ i pasmowej masie efektywnej $m^* = m_e$ znajduje się w kropce kwantowej w polu uwięzienia bocznego o energii potencjalnej

$$U_{conf}(x, y) = \frac{m_e \omega_0^2}{2} (x^2 + y^2). \quad (7)$$

Ponadto na elektron działa jednorodne pole magnetyczne $\mathbf{B} = (0, 0, B)$.

Na początek separujemy zmienną spinową elektronu, czyli rozważamy problem bezspinowy.

Przyjmujemy, że elektron o ładunku $q_e = -e$ i pasmowej masie efektywnej $m^* = m_e$ znajduje się w kropce kwantowej w polu uwięzienia bocznego o energii potencjalnej

$$U_{conf}(x, y) = \frac{m_e \omega_0^2}{2} (x^2 + y^2). \quad (7)$$

Ponadto na elektron działa jednorodne pole magnetyczne $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. Hamiltonian elektronu w przybliżeniu masy efektywnej ma postać

Na początek separujemy zmienną spinową elektronu, czyli rozważamy problem bezspinowy.

Przyjmujemy, że elektron o ładunku $q_e = -e$ i pasmowej masie efektywnej $m^* = m_e$ znajduje się w kropce kwantowej w polu uwięzienia bocznego o energii potencjalnej

$$U_{conf}(x, y) = \frac{m_e \omega_0^2}{2} (x^2 + y^2). \quad (7)$$

Ponadto na elektron działa jednorodne pole magnetyczne $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. Hamiltonian elektronu w przybliżeniu masy efektywnej ma postać

$$H = \frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 + \frac{m_e \omega_0^2}{2} (x^2 + y^2), \quad (8)$$

Na początek separujemy zmienną spinową elektronu, czyli rozważamy problem bezspinowy.

Przyjmujemy, że elektron o ładunku $q_e = -e$ i pasmowej masie efektywnej $m^* = m_e$ znajduje się w kropce kwantowej w polu uwięzienia bocznego o energii potencjalnej

$$U_{conf}(x, y) = \frac{m_e \omega_0^2}{2} (x^2 + y^2). \quad (7)$$

Ponadto na elektron działa jednorodne pole magnetyczne $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. Hamiltonian elektronu w przybliżeniu masy efektywnej ma postać

$$H = \frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 + \frac{m_e \omega_0^2}{2} (x^2 + y^2), \quad (8)$$

gdzie \mathbf{A} jest potencjałem wektorowym, a $\hbar\omega_0$ jest energią uwięzienia bocznego.

Pole magnetyczne jest związane z potencjałem wektorowym wzorem

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} . \quad (9)$$

Pole magnetyczne jest związane z potencjałem wektorowym wzorem

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} . \quad (9)$$

Przyjmujemy **cechowanie symetryczne**, czyli

Pole magnetyczne jest związane z potencjałem wektorowym wzorem

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} . \quad (9)$$

Przyjmujemy **cechowanie symetryczne**, czyli

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r} , \quad (10)$$

Pole magnetyczne jest związane z potencjałem wektorowym wzorem

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} . \quad (9)$$

Przyjmujemy **cechowanie symetryczne**, czyli

$$\mathbf{A} = \frac{1}{2} \mathbf{B} \times \mathbf{r} , \quad (10)$$

które dla pola $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ prowadzi do potencjału wektorowego

$$\mathbf{A} = \frac{B}{2} (-y, x, 0) . \quad (11)$$

Obliczamy kwadrat operatora

$$(-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 = -\hbar^2\nabla^2 + e^2\mathbf{A}^2 - i\hbar e(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla). \quad (12)$$

Obliczamy kwadrat operatora

$$(-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 = -\hbar^2\nabla^2 + e^2\mathbf{A}^2 - i\hbar e(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla). \quad (12)$$

W dalszym ciągu korzystamy ze wzorów

$$\mathbf{A}^2 = \frac{B^2}{4}(x^2 + y^2) \quad (13)$$

Obliczamy kwadrat operatora

$$(-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 = -\hbar^2\nabla^2 + e^2\mathbf{A}^2 - i\hbar e(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla). \quad (12)$$

W dalszym ciągu korzystamy ze wzorów

$$\mathbf{A}^2 = \frac{B^2}{4}(x^2 + y^2) \quad (13)$$

oraz

$$(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla)f(\mathbf{r}) = (\nabla \cdot \mathbf{A})f(\mathbf{r}) + 2\mathbf{A} \cdot \nabla f(\mathbf{r}). \quad (14)$$

Obliczamy kwadrat operatora

$$(-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 = -\hbar^2\nabla^2 + e^2\mathbf{A}^2 - i\hbar e(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla). \quad (12)$$

W dalszym ciągu korzystamy ze wzorów

$$\mathbf{A}^2 = \frac{B^2}{4}(x^2 + y^2) \quad (13)$$

oraz

$$(\nabla \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \nabla)f(\mathbf{r}) = (\nabla \cdot \mathbf{A})f(\mathbf{r}) + 2\mathbf{A} \cdot \nabla f(\mathbf{r}). \quad (14)$$

Przyjmujemy ponadto **cechowania Coulomba**, czyli

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (15)$$

Postać hamiltonianu po przekształceniach

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + \left(\frac{e^2 B^2}{8m_e} + \frac{m_e \omega_0^2}{2} \right) (x^2 + y^2) - i\hbar \frac{e}{m_e} \mathbf{A} \cdot \nabla . \quad (16)$$

Postać hamiltonianu po przekształceniach

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + \left(\frac{e^2 B^2}{8m_e} + \frac{m_e \omega_0^2}{2} \right) (x^2 + y^2) - i\hbar \frac{e}{m_e} \mathbf{A} \cdot \nabla . \quad (16)$$

Ostatni wyraz hamiltonianu (16) można dalej przekształcić następująco:

$$-i\hbar \mathbf{A} \cdot \nabla = \mathbf{A} \cdot \mathbf{p} = \frac{B}{2} (xp_y - yp_x) = \frac{B}{2} l_z , \quad (17)$$

Postać hamiltonianu po przekształceniach

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + \left(\frac{e^2 B^2}{8m_e} + \frac{m_e \omega_0^2}{2} \right) (x^2 + y^2) - i\hbar \frac{e}{m_e} \mathbf{A} \cdot \nabla . \quad (16)$$

Ostatni wyraz hamiltonianu (16) można dalej przekształcić następująco:

$$-i\hbar \mathbf{A} \cdot \nabla = \mathbf{A} \cdot \mathbf{p} = \frac{B}{2} (xp_y - yp_x) = \frac{B}{2} l_z , \quad (17)$$

gdzie $l_z = xp_y - yp_x$ jest operatorem z -owej składowej momentu pędu.

Ostatecznie hamiltonian elektronu w polu magnetycznym i parabolicznym potencjale uwięzienia przyjmuje postać

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \nabla^2 + \left(\frac{e^2 B^2}{8m_e} + \frac{m_e \omega_0^2}{2} \right) (x^2 + y^2) + \frac{eB}{2m_e} l_z . \quad (18)$$

Wygodnie jest wyrazić hamiltonian (18) w pewnych naturalnych jednostkach tak, aby nowe zmienne były bezwymiarowe.

Wygodnie jest wyrazić hamiltonian (18) w pewnych naturalnych jednostkach tak, aby nowe zmienne były bezwymiarowe.

Wprowadzimy tutaj **jednostki donorowe**, w których jednostką długości jest donorowy promień Bohra $a_D = \hbar^2 \epsilon_s / (\kappa m_e e^2)$,

Wygodnie jest wyrazić hamiltonian (18) w pewnych naturalnych jednostkach tak, aby nowe zmienne były bezwymiarowe.

Wprowadzimy tutaj **jednostki donorowe**, w których jednostką długości jest donorowy promień Bohra $a_D = \hbar^2 \epsilon_s / (\kappa m_e e^2)$, jednostką energii jest rydberg donorowy $R_D = m_e \kappa^2 e^4 / (2 \hbar^2 \epsilon_s^2)$,

Wygodnie jest wyrazić hamiltonian (18) w pewnych naturalnych jednostkach tak, aby nowe zmienne były bezwymiarowe.

Wprowadzimy tutaj **jednostki donorowe**, w których jednostką długości jest donorowy promień Bohra $a_D = \hbar^2 \epsilon_s / (\kappa m_e e^2)$, jednostką energii jest rydberg donorowy $R_D = m_e \kappa^2 e^4 / (2 \hbar^2 \epsilon_s^2)$, a jednostką momentu pędu jest \hbar .

Definiujemy częstość efektywną za pomocą związku

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}, \quad (19)$$

Definiujemy częstość efektywną za pomocą związku

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}, \quad (19)$$

gdzie

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e} \quad (20)$$

Definiujemy częstość efektywną za pomocą związku

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}, \quad (19)$$

gdzie

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e} \quad (20)$$

jest **częstością cyklotronową**, zamiast której można też wprowadzić **częstość Larmora**

Definiujemy częstość efektywną za pomocą związku

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}, \quad (19)$$

gdzie

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e} \quad (20)$$

jest **częstością cyklotronową**, zamiast której można też wprowadzić **częstość Larmora**

$$\omega_L = \frac{eB}{2m_e} = \frac{\omega_c}{2}. \quad (21)$$

Definiujemy częstość efektywną za pomocą związku

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \frac{\omega_c^2}{4}, \quad (19)$$

gdzie

$$\omega_c = \frac{eB}{m_e} \quad (20)$$

jest **częstością cyklotronową**, zamiast której można też wprowadzić **częstość Larmora**

$$\omega_L = \frac{eB}{2m_e} = \frac{\omega_c}{2}. \quad (21)$$

Wtedy

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \omega_L^2. \quad (22)$$

Ponadto definiujemy bezwymiarowe parametry

$$\gamma = \frac{\hbar\omega_c}{2R_D} \quad (23)$$

Ponadto definiujemy bezwymiarowe parametry

$$\gamma = \frac{\hbar\omega_c}{2R_D} \quad (23)$$

i

$$\Gamma = \frac{\hbar(\omega_0^2 + \omega_c^2/4)^{1/2}}{R_D} . \quad (24)$$

Ponadto definiujemy bezwymiarowe parametry

$$\gamma = \frac{\hbar\omega_c}{2R_D} \quad (23)$$

i

$$\Gamma = \frac{\hbar(\omega_0^2 + \omega_c^2/4)^{1/2}}{R_D} . \quad (24)$$

Inaczej

$$\Gamma^2 = \left(\frac{\hbar\omega_0}{R_D} \right)^2 + \frac{\gamma^2}{4} . \quad (25)$$

W jednostkach donorowych hamiltonian (18) przyjmuje postać

$$H = -\nabla^2 + \frac{1}{4}\Gamma^2(x^2 + y^2) + \gamma l_z . \quad (26)$$

Parametr γ jest miarą względnego natężenia pola magnetycznego.

Parametr γ jest miarą względnego natężenia pola magnetycznego.

$$\gamma = \frac{\hbar e B}{2m_e R_D} \quad (27)$$

Parametr γ jest miarą względnego natężenia pola magnetycznego.

$$\gamma = \frac{\hbar e B}{2m_e R_D} \quad (27)$$

Słabe pole magnetyczne odpowiada $\gamma < 1$, natomiast dla $\gamma \geq 1$ mamy do czynienia z silnym polem magnetycznym.

Parametr γ jest miarą względnego natężenia pola magnetycznego.

$$\gamma = \frac{\hbar e B}{2m_e R_D} \quad (27)$$

Słabe pole magnetyczne odpowiada $\gamma < 1$, natomiast dla $\gamma \geq 1$ mamy do czynienia z silnym polem magnetycznym.

W próżni $m_e = m_{e0}$, $R_D = R_y$, co oznacza, że wartości $\gamma = 1$ odpowiada pole magnetyczne $B = 4.7 \times 10^5$ T.

Parametr γ jest miarą względnego natężenia pola magnetycznego.

$$\gamma = \frac{\hbar e B}{2m_e R_D} \quad (27)$$

Słabe pole magnetyczne odpowiada $\gamma < 1$, natomiast dla $\gamma \geq 1$ mamy do czynienia z silnym polem magnetycznym.

W próżni $m_e = m_{e0}$, $R_D = R_y$, co oznacza, że wartości $\gamma = 1$ odpowiada pole magnetyczne $B = 4.7 \times 10^5$ T. W przyrodzie tak silne pole magnetyczne występuje we wnętrzach gwiazd.

Parametr γ jest miarą względnego natężenia pola magnetycznego.

$$\gamma = \frac{\hbar e B}{2m_e R_D} \quad (27)$$

Słabe pole magnetyczne odpowiada $\gamma < 1$, natomiast dla $\gamma \geq 1$ mamy do czynienia z silnym polem magnetycznym.

W próżni $m_e = m_{e0}$, $R_D = Ry$, co oznacza, że wartości $\gamma = 1$ odpowiada pole magnetyczne $B = 4.7 \times 10^5$ T. W przyrodzie tak silne pole magnetyczne występuje we wnętrzach gwiazd.

Natomiast w półprzewodniku, np. w GaAs, dla którego $R_D = 6$ meV i $m_e = 0.067m_{e0}$, wartości $\gamma = 1$ odpowiada pole magnetyczne $B = 14$ T.

Parametr γ jest miarą względnego natężenia pola magnetycznego.

$$\gamma = \frac{\hbar e B}{2m_e R_D} \quad (27)$$

Słabe pole magnetyczne odpowiada $\gamma < 1$, natomiast dla $\gamma \geq 1$ mamy do czynienia z silnym polem magnetycznym.

W próżni $m_e = m_{e0}$, $R_D = Ry$, co oznacza, że wartości $\gamma = 1$ odpowiada pole magnetyczne $B = 4.7 \times 10^5$ T. W przyrodzie tak silne pole magnetyczne występuje we wnętrzach gwiazd. Natomiast w półprzewodniku, np. w GaAs, dla którego $R_D = 6$ meV i $m_e = 0.067m_{e0}$, wartości $\gamma = 1$ odpowiada pole magnetyczne $B = 14$ T.

Oznacza to możliwość obserwacji w półprzewodniku w warunkach laboratoryjnych zjawisk występujących **w silnych polach magnetycznych**.

Hamiltonian (26) wyrażony we współrzędnych cylindrycznych (r, z, ϕ) przyjmuje postać

Hamiltonian (26) wyrażony we współrzędnych cylindrycznych (r, z, ϕ) przyjmuje postać

$$H = -\frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\Gamma^2}{4} r^2 - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} - i\gamma \frac{\partial}{\partial \phi}. \quad (28)$$

Operator z -owej składowej momentu pędu l_z we współrzędnych cylindrycznych ma postać

Operator z-owej składowej momentu pędu l_z we współrzędnych cylindrycznych ma postać

$$l_z = -i \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad (29)$$

Operator z -owej składowej momentu pędu l_z we współrzędnych cylindrycznych ma postać

$$l_z = -i \frac{\partial}{\partial \phi} , \quad (29)$$

a więc komutuje z hamiltonianem (28)

$$[H, l_z] = 0 . \quad (30)$$

Operator z -owej składowej momentu pędu l_z we współrzędnych cylindrycznych ma postać

$$l_z = -i \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad (29)$$

a więc komutuje z hamiltonianem (28)

$$[H, l_z] = 0. \quad (30)$$

Ponadto hamiltonian komutuje z operatorem z -owej składowej pędu, czyli operatorem $p_z = -i\hbar\partial/\partial z$,

Operator z -owej składowej momentu pędu l_z we współrzędnych cylindrycznych ma postać

$$l_z = -i \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad (29)$$

a więc komutuje z hamiltonianem (28)

$$[H, l_z] = 0. \quad (30)$$

Ponadto hamiltonian komutuje z operatorem z -owej składowej pędu, czyli operatorem $p_z = -i\hbar\partial/\partial z$,

$$[H, p_z] = 0. \quad (31)$$

Operator z -owej składowej momentu pędu l_z we współrzędnych cylindrycznych ma postać

$$l_z = -i \frac{\partial}{\partial \phi} , \quad (29)$$

a więc komutuje z hamiltonianem (28)

$$[H, l_z] = 0 . \quad (30)$$

Ponadto hamiltonian komutuje z operatorem z -owej składowej pędu, czyli operatorem $p_z = -i\hbar\partial/\partial z$,

$$[H, p_z] = 0 . \quad (31)$$

Wynika stąd, że funkcje własne hamiltonianu (28) są równocześnie funkcjami własnymi operatorów l_z i p_z .

Równanie własne operatora l_z ma postać

$$l_z \Phi(\phi) = m \Phi(\phi) , \quad (32)$$

Równanie własne operatora l_z ma postać

$$l_z \Phi(\phi) = m \Phi(\phi) , \quad (32)$$

przy czym

$$\Phi(\phi) = C_1 e^{im\phi} \quad (33)$$

Równanie własne operatora l_z ma postać

$$l_z \Phi(\phi) = m \Phi(\phi) , \quad (32)$$

przy czym

$$\Phi(\phi) = C_1 e^{im\phi} \quad (33)$$

są funkcjami własnymi operatora l_z , a

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (34)$$

są wartościami własnymi tego operatora.

Równanie własne operatora l_z ma postać

$$l_z \Phi(\phi) = m \Phi(\phi) , \quad (32)$$

przy czym

$$\Phi(\phi) = C_1 e^{im\phi} \quad (33)$$

są funkcjami własnymi operatora l_z , a

$$m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (34)$$

są wartościami własnymi tego operatora.

Należy zauważyć, że magnetyczna liczba kwantowa m nie jest ograniczona ani od góry ani od dołu.

Równanie własne operatora p_z ma postać

$$p_z \pi(z) = \hbar k_z \pi(z) \quad (35)$$

Równanie własne operatora p_z ma postać

$$p_z \pi(z) = \hbar k_z \pi(z) \quad (35)$$

dla funkcji własnych

$$\pi(z) = C_2 e^{ik_z z} . \quad (36)$$

Równanie własne hamiltonianu (28) można zapisać we współrzędnych cylindrycznych jako

Równanie własne hamiltonianu (28) można zapisać we współrzędnych cylindrycznych jako

$$H\Psi(r, z, \phi) = E\Psi(r, z, \phi) \quad (37)$$

i dokonać separacji zmiennych

$$\Psi(r, z, \phi) = \psi(r)\pi(z)\Phi(\phi) . \quad (38)$$

Równanie własne hamiltonianu (28) można zapisać we współrzędnych cylindrycznych jako

$$H\Psi(r, z, \phi) = E\Psi(r, z, \phi) \quad (37)$$

i dokonać separacji zmiennych

$$\Psi(r, z, \phi) = \psi(r)\pi(z)\Phi(\phi) . \quad (38)$$

Otrzymujemy stąd radialne równanie własne

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{\Gamma^2}{4} r^2 + \frac{m^2}{r^2} + \gamma m + k_z^2 \right) \psi(r) = E\psi(r) , \quad (39)$$

Równanie własne hamiltonianu (28) można zapisać we współrzędnych cylindrycznych jako

$$H\Psi(r, z, \phi) = E\Psi(r, z, \phi) \quad (37)$$

i dokonać separacji zmiennych

$$\Psi(r, z, \phi) = \psi(r)\pi(z)\Phi(\phi) . \quad (38)$$

Otrzymujemy stąd radialne równanie własne

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{\Gamma^2}{4} r^2 + \frac{m^2}{r^2} + \gamma m + k_z^2 \right) \psi(r) = E\psi(r) , \quad (39)$$

które posiada dokładne rozwiązania analityczne.

Równanie własne hamiltonianu (28) można zapisać we współrzędnych cylindrycznych jako

$$H\Psi(r, z, \phi) = E\Psi(r, z, \phi) \quad (37)$$

i dokonać separacji zmiennych

$$\Psi(r, z, \phi) = \psi(r)\pi(z)\Phi(\phi) . \quad (38)$$

Otrzymujemy stąd radialne równanie własne

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{\Gamma^2}{4}r^2 + \frac{m^2}{r^2} + \gamma m + k_z^2 \right) \psi(r) = E\psi(r) , \quad (39)$$

które posiada dokładne rozwiązania analityczne.

Są to tzw. **rozwiązania Focka-Darwina**.

Rozważmy zachowanie asymptotyczne rozwiązań równania radialnego (39).

Rozważmy zachowanie asymptotyczne rozwiązań równania radialnego (39).

(1) Duże odległości: $r \gg 1$

Rozważmy zachowanie asymptotyczne rozwiązań równania radialnego (39).

(1) Duże odległości: $r \gg 1$

Dla dużych r równanie własne (39) przyjmuje postać

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\Gamma^2}{4} r^2 \right) \psi(r) = E\psi(r) . \quad (40)$$

Rozważmy zachowanie asymptotyczne rozwiązań równania radialnego (39).

(1) Duże odległości: $r \gg 1$

Dla dużych r równanie własne (39) przyjmuje postać

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\Gamma^2}{4}r^2 \right) \psi(r) = E\psi(r) . \quad (40)$$

Otrzymujemy więc równanie własne jednowymiarowego oscylatora harmonicznego o częstości Γ .

Rozważmy zachowanie asymptotyczne rozwiązań równania radialnego (39).

(1) Duże odległości: $r \gg 1$

Dla dużych r równanie własne (39) przyjmuje postać

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\Gamma^2}{4} r^2 \right) \psi(r) = E\psi(r) . \quad (40)$$

Otrzymujemy więc równanie własne jednowymiarowego oscylatora harmonicznego o częstości Γ . Energie własne tego oscylatora wyrażone w jednostkach R_D dane są wzorami

Rozważmy zachowanie asymptotyczne rozwiązań równania radialnego (39).

(1) Duże odległości: $r \gg 1$

Dla dużych r równanie własne (39) przyjmuje postać

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\Gamma^2}{4} r^2 \right) \psi(r) = E\psi(r) . \quad (40)$$

Otrzymujemy więc równanie własne jednowymiarowego oscylatora harmonicznego o częstości Γ . Energie własne tego oscylatora wyrażone w jednostkach R_D dane są wzorami

$$E_N = \left(N + \frac{1}{2} \right) \Gamma , \quad (41)$$

Rozważmy zachowanie asymptotyczne rozwiązań równania radialnego (39).

(1) Duże odległości: $r \gg 1$

Dla dużych r równanie własne (39) przyjmuje postać

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\Gamma^2}{4} r^2 \right) \psi(r) = E\psi(r). \quad (40)$$

Otrzymujemy więc równanie własne jednowymiarowego oscylatora harmonicznego o częstości Γ . Energie własne tego oscylatora wyrażone w jednostkach R_D dane są wzorami

$$E_N = \left(N + \frac{1}{2} \right) \Gamma, \quad (41)$$

gdzie **oscylatorowa liczba kwantowa** $N = 0, 1, 2, \dots$

Rozważmy zachowanie asymptotyczne rozwiązań równania radialnego (39).

(1) Duże odległości: $r \gg 1$

Dla dużych r równanie własne (39) przyjmuje postać

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{\Gamma^2}{4} r^2 \right) \psi(r) = E\psi(r) . \quad (40)$$

Otrzymujemy więc równanie własne jednowymiarowego oscylatora harmonicznego o częstości Γ . Energie własne tego oscylatora wyrażone w jednostkach R_D dane są wzorami

$$E_N = \left(N + \frac{1}{2} \right) \Gamma , \quad (41)$$

gdzie **oscylatorowa liczba kwantowa** $N = 0, 1, 2, \dots$

Funkcja falowa stanu podstawowego ma postać asymptotyczną

$$\psi_0(r) \sim e^{-\Gamma r^2/4} . \quad (42)$$

(2) Małe odległości: $r \ll 1$

(2) Małe odległości: $r \ll 1$

Dla małych r można przyjąć, że prawa strona w równaniu własnym (39) jest równa zero, co prowadzi do asymptotycznej postaci równania własnego

(2) Małe odległości: $r \ll 1$

Dla małych r można przyjąć, że prawa strona w równaniu własnym (39) jest równa zero, co prowadzi do asymptotycznej postaci równania własnego

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{m^2}{r^2} \right) \psi(r) = 0 . \quad (43)$$

(2) Małe odległości: $r \ll 1$

Dla małych r można przyjąć, że prawa strona w równaniu własnym (39) jest równa zero, co prowadzi do asymptotycznej postaci równania własnego

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{m^2}{r^2} \right) \psi(r) = 0 . \quad (43)$$

Szukamy rozwiązań tego równania w postaci

$$\psi(r) = Cr^\alpha , \quad \alpha > 0 . \quad (44)$$

(2) Małe odległości: $r \ll 1$

Dla małych r można przyjąć, że prawa strona w równaniu własnym (39) jest równa zero, co prowadzi do asymptotycznej postaci równania własnego

$$\left(-\frac{d^2}{dr^2} - \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + \frac{m^2}{r^2} \right) \psi(r) = 0 . \quad (43)$$

Szukamy rozwiązań tego równania w postaci

$$\psi(r) = Cr^\alpha , \quad \alpha > 0 . \quad (44)$$

Z warunku rozwiązalności wynika, że $\alpha = |m|$, czyli

$$\psi(r) \sim r^{|m|} . \quad (45)$$

W całym zakresie zmienności r rozwiązanie analityczne równania (39) ma postać

W całym zakresie zmienności r rozwiązanie analityczne równania (39) ma postać

$$\psi_{mn}(r) = C_{mn} r^{|m|} L_n^{|m|}(\Gamma r^2) e^{-\gamma r^2/4}, \quad (46)$$

W całym zakresie zmienności r rozwiązanie analityczne równania (39) ma postać

$$\psi_{mn}(r) = C_{mn} r^{|m|} L_n^{|m|}(\Gamma r^2) e^{-\gamma r^2/4}, \quad (46)$$

gdzie $L_n^{|m|}(x)$ jest stowarzyszonym wielomianem Laguerre'a stopnia $s = n - |m|$.

W całym zakresie zmienności r rozwiązanie analityczne równania (39) ma postać

$$\psi_{mn}(r) = C_{mn} r^{|m|} L_n^{|m|}(\Gamma r^2) e^{-\gamma r^2/4}, \quad (46)$$

gdzie $L_n^{|m|}(x)$ jest stowarzyszonym wielomianem Laguerre'a stopnia $s = n - |m|$. Wartościami własnymi równania radialnego (39) są

W całym zakresie zmienności r rozwiązanie analityczne równania (39) ma postać

$$\psi_{mn}(r) = C_{mn} r^{|m|} L_n^{|m|}(\Gamma r^2) e^{-\gamma r^2/4}, \quad (46)$$

gdzie $L_n^{|m|}(x)$ jest stowarzyszonym wielomianem Laguerre'a stopnia $s = n - |m|$. Wartościami własnymi równania radialnego (39) są

$$E_{mnk_z} = (2n + |m| + 1)\Gamma + m\gamma + k_z^2, \quad (47)$$

W całym zakresie zmienności r rozwiązanie analityczne równania (39) ma postać

$$\psi_{mn}(r) = C_{mn} r^{|m|} L_n^{|m|}(\Gamma r^2) e^{-\gamma r^2/4}, \quad (46)$$

gdzie $L_n^{|m|}(x)$ jest stowarzyszonym wielomianem Laguerre'a stopnia $s = n - |m|$. Wartościami własnymi równania radialnego (39) są

$$E_{mnk_z} = (2n + |m| + 1)\Gamma + m\gamma + k_z^2, \quad (47)$$

gdzie $n = 0, 1, 2, \dots$ jest **radialną liczbą kwantową**, a $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ jest **magnetyczną liczbą kwantową**.

Dla $k_z = 0$ otrzymujemy dyskretne **poziomy energetyczne Focka-Darwina**

Dla $k_z = 0$ otrzymujemy dyskretne **poziomy energetyczne Focka-Darwina**

$$E_{mn} = (2n + |m| + 1)\Gamma + m\gamma . \quad (48)$$

Dla $k_z = 0$ otrzymujemy dyskretne **poziomy energetyczne Focka-Darwina**

$$E_{mn} = (2n + |m| + 1)\Gamma + m\gamma . \quad (48)$$

W jednostkach SI poziomy Focka-Darwina przyjmują postać

$$E_{mn} = (2n + |m| + 1)\hbar\Omega + m\hbar\omega_c . \quad (49)$$

Dla $\omega_0 = 0$ otrzymujemy z wartości własnych Focka-Darwina
(48) **poziomy Landaua**.

Dla $\omega_0 = 0$ otrzymujemy z wartości własnych Focka-Darwina
(48) **poziomy Landaua**.

W tym celu definiujemy **liczbę kwantową Landaua** jako

Dla $\omega_0 = 0$ otrzymujemy z wartości własnych Focka-Darwina
(48) **poziomy Landaua**.

W tym celu definiujemy **liczbę kwantową Landaua** jako

$$N \stackrel{def}{=} n + \frac{m + |m|}{2}, \quad (50)$$

Dla $\omega_0 = 0$ otrzymujemy z wartości własnych Focka-Darwina
(48) **poziomy Landaua**.

W tym celu definiujemy **liczbę kwantową Landaua** jako

$$N \stackrel{def}{=} n + \frac{m + |m|}{2}, \quad (50)$$

przy czym $N = 0, 1, 2, \dots$ i nie jest ograniczona od góry.

Dla $k_z = 0$ poziomy Landaua mają postać

$$E_N = (2N + 1)\gamma , \quad (51)$$

Dla $k_z = 0$ poziomy Landaua mają postać

$$E_N = (2N + 1)\gamma, \quad (51)$$

a w jednostkach SI

$$E_N = \left(N + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c. \quad (52)$$

Dla $k_z = 0$ poziomy Landaua mają postać

$$E_N = (2N + 1)\gamma , \quad (51)$$

a w jednostkach SI

$$E_N = \left(N + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c . \quad (52)$$

Można zauważyć, że poziomy Landaua odpowiadają poziomom energetycznym jednowymiarowego oscylatora harmonicznego o energii wzbudzenia $\hbar\omega_c$ (2γ w jednostkach donorowych).

Dla $k_z = 0$ poziomy Landaua mają postać

$$E_N = (2N + 1)\gamma, \quad (51)$$

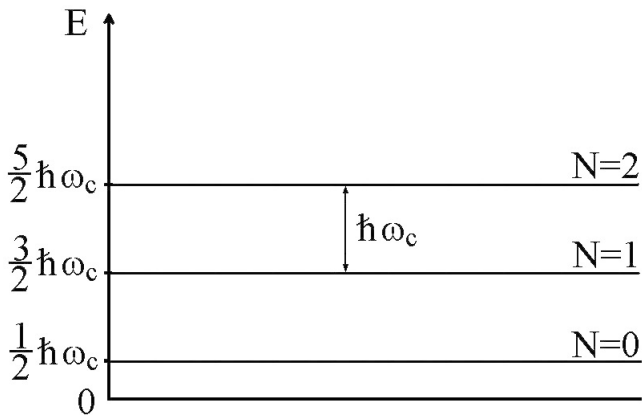
a w jednostkach SI

$$E_N = \left(N + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c. \quad (52)$$

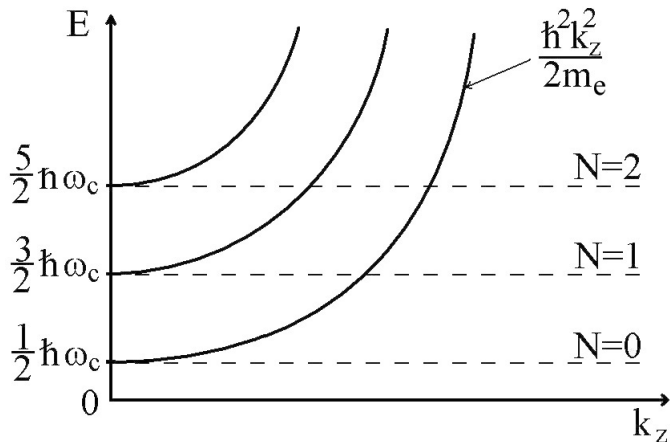
Można zauważyć, że poziomy Landaua odpowiadają poziomom energetycznym jednowymiarowego oscylatora harmonicznego o energii wzbudzenia $\hbar\omega_c$ (2γ w jednostkach donorowych).

Każdy poziom Landaua E_N jest nieskończenie krotnie zdegenerowany ze względu na magnetyczną liczbę kwantową m .

Konsekwencją nieskończenie-krotnej degeneracji poziomu Landaua jest **kwantowy efekt Halla**.



Poziomy Landaua dla $k_z = 0$.



Energie stanów Landaua w funkcji N i k_z .

Spinowy efekt Zeemana

Spinowy efekt Zeemana

Spin elektronu może być uwzględniony za pomocą równania Pauli'ego

Spinowy efekt Zeemana

Spin elektronu może być uwzględniony za pomocą równania Pauli'ego

$$\left[\frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 - \boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B} \right] \Psi = E\psi, \quad (53)$$

Spinowy efekt Zeemana

Spin elektronu może być uwzględniony za pomocą równania Pauli'ego

$$\left[\frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 - \boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B} \right] \Psi = E\psi, \quad (53)$$

gdzie

$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{e\hbar}{2m_e} \boldsymbol{\sigma} \quad (54)$$

Spinowy efekt Zeemana

Spin elektronu może być uwzględniony za pomocą równania Pauli'ego

$$\left[\frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 - \boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B} \right] \Psi = E\psi, \quad (53)$$

gdzie

$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{e\hbar}{2m_e} \boldsymbol{\sigma} \quad (54)$$

jest operatorem **spinowego dipolowego momentu magnetycznego**, a

Spinowy efekt Zeemana

Spin elektronu może być uwzględniony za pomocą równania Pauli'ego

$$\left[\frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 - \boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B} \right] \Psi = E\psi, \quad (53)$$

gdzie

$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{e\hbar}{2m_e} \boldsymbol{\sigma} \quad (54)$$

jest operatorem **spinowego dipolowego momentu magnetycznego**, a

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \quad (55)$$

Spinowy efekt Zeemana

Spin elektronu może być uwzględniony za pomocą równania Pauli'ego

$$\left[\frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 - \boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B} \right] \Psi = E\psi, \quad (53)$$

gdzie

$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{e\hbar}{2m_e} \boldsymbol{\sigma} \quad (54)$$

jest operatorem **spinowego dipolowego momentu magnetycznego**, a

$$\boldsymbol{\sigma} = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \quad (55)$$

jest operatorem wektorowym zdefiniowanym za pomocą trzech macierzy Pauli'ego $(\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$.

Ostatni wyraz w hamiltonianie w równaniu Pauli'ego (53) jest operatorem dodatkowej energii potencjalnej elektronu o spinie $\mathbf{s} = (\hbar/2)\boldsymbol{\sigma}$ w polu magnetycznym \mathbf{B} .

Ostatni wyraz w hamiltonianie w równaniu Pauli'ego (53) jest operatorem dodatkowej energii potencjalnej elektronu o spinie $\mathbf{s} = (\hbar/2)\boldsymbol{\sigma}$ w polu magnetycznym \mathbf{B} . Jest to energia oddziaływania spinowego magnetycznego momentu dipolowego $\boldsymbol{\mu}_s$ z polem magnetycznym \mathbf{B} . W jawnej postaci

Ostatni wyraz w hamiltonianie w równaniu Pauli'ego (53) jest operatorem dodatkowej energii potencjalnej elektronu o spinie $\mathbf{s} = (\hbar/2)\boldsymbol{\sigma}$ w polu magnetycznym \mathbf{B} . Jest to energia oddziaływania spinowego magnetycznego momentu dipolowego $\boldsymbol{\mu}_s$ z polem magnetycznym \mathbf{B} . W jawnej postaci

$$\Delta U_s = -\boldsymbol{\mu}_s \cdot \mathbf{B} . \quad (56)$$

Dla pola $\mathbf{B} = (0, 0, B)$

$$\Delta U_s = -\mu_s^z B , \quad (57)$$

Dla pola $\mathbf{B} = (0, 0, B)$

$$\Delta U_s = -\mu_s^z B, \quad (57)$$

gdzie

$$\mu_s^z = -\mu_B \sigma_z \quad (58)$$

Dla pola $\mathbf{B} = (0, 0, B)$

$$\Delta U_s = -\mu_s^z B, \quad (57)$$

gdzie

$$\mu_s^z = -\mu_B \sigma_z \quad (58)$$

jest z -ową składową wektora $\boldsymbol{\mu}_s$.

Dla pola $\mathbf{B} = (0, 0, B)$

$$\Delta U_s = -\mu_s^z B, \quad (57)$$

gdzie

$$\mu_s^z = -\mu_B \sigma_z \quad (58)$$

jest z -ową składową wektora $\boldsymbol{\mu}_s$.

W równaniu (58) μ_B jest **magnetonem Bohra**

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_{e0}}, \quad (59)$$

Dla pola $\mathbf{B} = (0, 0, B)$

$$\Delta U_s = -\mu_s^z B, \quad (57)$$

gdzie

$$\mu_s^z = -\mu_B \sigma_z \quad (58)$$

jest z -ową składową wektora $\boldsymbol{\mu}_s$.

W równaniu (58) μ_B jest **magnetonem Bohra**

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_{e0}}, \quad (59)$$

przy czym m_{e0} jest masą spoczynkową elektronu.

Czynnik Landego

Czynnik Landego

W ogólnym przypadku zachodzi następujący związek pomiędzy magnetycznym momentem dipolowym $\boldsymbol{\mu}$ a momentem pędu \mathbf{J} dla elektronu o masie m_e i ładunku $q_e = -e$

Czynnik Landego

W ogólnym przypadku zachodzi następujący związek pomiędzy magnetycznym momentem dipolowym $\boldsymbol{\mu}$ a momentem pędu \mathbf{J} dla elektronu o masie m_e i ładunku $q_e = -e$

$$\boldsymbol{\mu} = -g \left(\frac{e}{2m_e} \right) \mathbf{J}, \quad (60)$$

Czynnik Landego

W ogólnym przypadku zachodzi następujący związek pomiędzy magnetycznym momentem dipolowym $\boldsymbol{\mu}$ a momentem pędu \mathbf{J} dla elektronu o masie m_e i ładunku $q_e = -e$

$$\boldsymbol{\mu} = -g \left(\frac{e}{2m_e} \right) \mathbf{J}, \quad (60)$$

gdzie g jest **czynnikiem Landego**, który dla elektronu w próżni przyjmuje następujące wartości:

Czynnik Landego

W ogólnym przypadku zachodzi następujący związek pomiędzy magnetycznym momentem dipolowym $\boldsymbol{\mu}$ a momentem pędu \mathbf{J} dla elektronu o masie m_e i ładunku $q_e = -e$

$$\boldsymbol{\mu} = -g \left(\frac{e}{2m_e} \right) \mathbf{J}, \quad (60)$$

gdzie g jest **czynnikiem Landego**, który dla elektronu w próżni przyjmuje następujące wartości:

$$g = \begin{cases} 2 & \text{dla } \mathbf{J} = \mathbf{J}_{spin} \equiv \mathbf{s} \\ 1 & \text{dla } \mathbf{J} = \mathbf{J}_{orb} \equiv \mathbf{L} \end{cases}$$

Czynnik Landego

W ogólnym przypadku zachodzi następujący związek pomiędzy magnetycznym momentem dipolowym $\boldsymbol{\mu}$ a momentem pędu \mathbf{J} dla elektronu o masie m_e i ładunku $q_e = -e$

$$\boldsymbol{\mu} = -g \left(\frac{e}{2m_e} \right) \mathbf{J}, \quad (60)$$

gdzie g jest **czynnikiem Landego**, który dla elektronu w próżni przyjmuje następujące wartości:

$$g = \begin{cases} 2 & \text{dla } \mathbf{J} = \mathbf{J}_{spin} \equiv \mathbf{s} \\ 1 & \text{dla } \mathbf{J} = \mathbf{J}_{orb} \equiv \mathbf{L} \end{cases}$$

gdzie \mathbf{s} jest spinowym momentem pędu, a \mathbf{L} jest orbitalnym momentem pędu.

Dla elektronu pasmowego w półprzewodniku można wprowadzić **efektywny czynnik Landego g^*** , który może przyjmować zarówno dodatnie jak i ujemne wartości (na ogół różne od 1 i 2).

Dla elektronu pasmowego w półprzewodniku można wprowadzić **efektywny czynnik Landego g^*** , który może przyjmować zarówno dodatnie jak i ujemne wartości (na ogół różne od 1 i 2). Np. dla elektronu w pasmie przewodnictwa GaAs: $g^* = -0.44$.

Dla elektronu pasmowego w półprzewodniku można wprowadzić **efektywny czynnik Landego g^*** , który może przyjmować zarówno dodatnie jak i ujemne wartości (na ogół różne od 1 i 2). Np. dla elektronu w pasmie przewodnictwa GaAs: $g^* = -0.44$. Spinowy magnetyczny moment dipolowy elektronu pasmowego można wyrazić za pomocą czynnika Landego następująco:

Dla elektronu pasmowego w półprzewodniku można wprowadzić **efektywny czynnik Landego** g^* , który może przyjmować zarówno dodatnie jak i ujemne wartości (na ogół różne od 1 i 2). Np. dla elektronu w pasmie przewodnictwa GaAs: $g^* = -0.44$. Spinowy magnetyczny moment dipolowy elektronu pasmowego można wyrazić za pomocą czynnika Landego następująco:

$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{1}{2}g^*\mu_B\boldsymbol{\sigma} . \quad (61)$$

Dla elektronu pasmowego w półprzewodniku można wprowadzić **efektywny czynnik Landego** g^* , który może przyjmować zarówno dodatnie jak i ujemne wartości (na ogół różne od 1 i 2). Np. dla elektronu w pasmie przewodnictwa GaAs: $g^* = -0.44$. Spinowy magnetyczny moment dipolowy elektronu pasmowego można wyrazić za pomocą czynnika Landego następująco:

$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{1}{2}g^*\mu_B\boldsymbol{\sigma} . \quad (61)$$

Operator oddziaływania spinu z polem magnetycznym przyjmuje postać

$$\Delta U_s = \frac{1}{2}g^*\mu_B\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{B} . \quad (62)$$

Równanie Pauli'ego (53) można rozwiązać stosując separację zmiennych przestrzennych $\mathbf{r} = (x, y, z)$ i zmiennej spinowej σ , czyli

Równanie Pauli'ego (53) można rozwiązać stosując separację zmiennych przestrzennych $\mathbf{r} = (x, y, z)$ i zmiennej spinowej σ , czyli

$$\Psi = \Psi(\mathbf{r}, \sigma) = \psi(\mathbf{r})\chi(\sigma) , \quad (63)$$

Równanie Pauli'ego (53) można rozwiązać stosując separację zmiennych przestrzennych $\mathbf{r} = (x, y, z)$ i zmiennej spinowej σ , czyli

$$\Psi = \Psi(\mathbf{r}, \sigma) = \psi(\mathbf{r})\chi(\sigma) , \quad (63)$$

gdzie $\chi(\sigma)$ jest spinorem.

Dla $\sigma = +1$

$$\chi(+1) = |\alpha\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (64)$$

Dla $\sigma = +1$

$$\chi(+1) = |\alpha\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (64)$$

natomiast dla $\sigma = -1$

$$\chi(-1) = |\beta\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (65)$$

Obliczając wartości oczekiwane operatora ΔU_s za pomocą spinorów $\chi(\pm 1)$ otrzymujemy równanie własne dla przestrzennej części funkcji falowej

$$\left[\frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 + \Delta E_s \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) , \quad (66)$$

Obliczając wartości oczekiwane operatora ΔU_s za pomocą spinorów $\chi(\pm 1)$ otrzymujemy równanie własne dla przestrzennej części funkcji falowej

$$\left[\frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 + \Delta E_s \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}), \quad (66)$$

gdzie ΔE_s jest przyczynkiem spinowym do energii elektronu

$$\Delta E_s = \langle \Delta U_s \rangle = \frac{1}{2} g^* \mu_B B \langle \sigma_z \rangle = \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B. \quad (67)$$

Obliczając wartości oczekiwane operatora ΔU_s za pomocą spinorów $\chi(\pm 1)$ otrzymujemy równanie własne dla przestrzennej części funkcji falowej

$$\left[\frac{1}{2m_e} (-i\hbar\nabla + e\mathbf{A})^2 + \Delta E_s \right] \psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}) , \quad (66)$$

gdzie ΔE_s jest przyczynkiem spinowym do energii elektronu

$$\Delta E_s = \langle \Delta U_s \rangle = \frac{1}{2} g^* \mu_B B \langle \sigma_z \rangle = \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B . \quad (67)$$

W równaniu (67) znak $+$ ($-$) odpowiada elektronowi o spinie $+\hbar/2$ ($-\hbar/2$), czyli spinowemu dipolowemu momentowi magnetycznemu o zwrocie przeciwnym (zgodnym) z polem magnetycznym \mathbf{B} .

Dodatkową energię elektronu w polu magnetycznym można wyrazić w postaci

Dodatkową energię elektronu w polu magnetycznym można wyrazić w postaci

$$\Delta E_s = \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B . \quad (68)$$

Dodatkową energię elektronu w polu magnetycznym można wyrazić w postaci

$$\Delta E_s = \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B . \quad (68)$$

Uwzględnienie spinu elektronu prowadzi do tzw. **spinowego efektu Zeemana**, który polega na tym, że każdy poziom Landaua ulega rozszczepieniu na dwa podpoziomy odpowiadające wartościom własnym składowej z -owej spinu $\pm \hbar/2$.

Dodatkową energię elektronu w polu magnetycznym można wyrazić w postaci

$$\Delta E_s = \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B . \quad (68)$$

Uwzględnienie spinu elektronu prowadzi do tzw. **spinowego efektu Zeemana**, który polega na tym, że każdy poziom Landaua ulega rozszczepieniu na dwa podpoziomy odpowiadające wartościom własnym składowej z -owej spinu $\pm \hbar/2$.

Dla $k_z = 0$ całkowita energia elektronu w polu magnetycznym zależy od liczb kwantowych (m, n, s) , czyli

$$E_{mns} = E_{mn} + \Delta E_s , \quad (69)$$

Dodatkową energię elektronu w polu magnetycznym można wyrazić w postaci

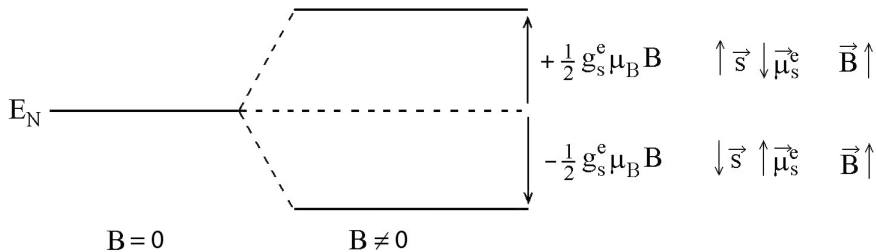
$$\Delta E_s = \pm \frac{1}{2} g^* \mu_B B . \quad (68)$$

Uwzględnienie spinu elektronu prowadzi do tzw. **spinowego efektu Zeemana**, który polega na tym, że każdy poziom Landaua ulega rozszczepieniu na dwa podpoziomy odpowiadające wartościom własnym składowej z -owej spinu $\pm \hbar/2$.

Dla $k_z = 0$ całkowita energia elektronu w polu magnetycznym zależy od liczb kwantowych (m, n, s) , czyli

$$E_{mns} = E_{mn} + \Delta E_s , \quad (69)$$

przy czym E_{mn} dane jest wzorem (48).



Rozszczepienie spinowe poziomu Landaua E_N .

Zastosowania spinowego efektu Zeemanna w półprzewodnikach

Zastosowania spinowego efektu Zeemanna w półprzewodnikach

- ▶ polaryzacja spinowa prądu

Zastosowania spinowego efektu Zeemanna w półprzewodnikach

- ▶ polaryzacja spinowa prądu \implies **spintronika**

Zastosowania spinowego efektu Zeemanna w półprzewodnikach

- ▶ polaryzacja spinowa prądu \implies **spintronika**
- ▶ obliczenia kwantowe

Zastosowania spinowego efektu Zeemanna w półprzewodnikach

- ▶ polaryzacja spinowa prądu \implies **spintronika**
- ▶ obliczenia kwantowe \implies **kubit spinowy**