

VII.
STATYSTYKA NOŚNIKÓW
ŁADUNKU W PÓŁPRZEWODNIKACH

Wstęp

Wstęp

Przedmiotem tego wykładu są statystyczne własności nośników ładunku w półprzewodnikach, tzn. elektronów i dziur.

Wstęp

Przedmiotem tego wykładu są statystyczne własności nośników ładunku w półprzewodnikach, tzn. elektronów i dziur. Najpierw będziemy rozważać kryształ trójwymiarowy (3D), zwany też kryształem litym.

Wstęp

Przedmiotem tego wykładu są statystyczne własności nośników ładunku w półprzewodnikach, tzn. elektronów i dziur. Najpierw będziemy rozważać kryształ trójwymiarowy (3D), zwany też kryształem litym.

Następnie przejdziemy do układów dwuwymiarowego (2D) i jednowymiarowego (1D), które służą do modelowania półprzewodnikowych studni kwantowych (2D) i drutów kwantowych (1D).

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach $3D$ nakładamy periodyczne warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$.

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach $3D$ nakładamy periodyczne warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W tym celu wybieramy prostopadłościan o krawędziach: $L_j = N_j a_j$, gdzie $j = 1, 2, 3 = x, y, z$, a_j są to długości wektorów podstawowych sieci prostej, a $N_j =$ liczby naturalne.

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach 3D nakładamy periodyczne warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W tym celu wybieramy prostopadłościan o krawędziach: $L_j = N_j a_j$, gdzie $j = 1, 2, 3 = x, y, z$, a_j są to długości wektorów podstawowych sieci prostej, a $N_j =$ liczby naturalne.

Objętość prostopadłościanu: $\Omega = L_1 L_2 L_3$.

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach 3D nakładamy okresowe warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W tym celu wybieramy prostopadłościan o krawędziach: $L_j = N_j a_j$, gdzie $j = 1, 2, 3 = x, y, z$, a_j są to długości wektorów podstawowych sieci prostej, a $N_j =$ liczby naturalne.

Objętość prostopadłościanu: $\Omega = L_1 L_2 L_3$. Okresowe warunki brzegowe można sformułować następująco:

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach 3D nakładamy okresowe warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W tym celu wybieramy prostokąt o krawędziach: $L_j = N_j a_j$, gdzie $j = 1, 2, 3 = x, y, z$, a_j są to długości wektorów podstawowych sieci prostokątnej, a $N_j =$ liczby naturalne.

Objętość prostokąta: $\Omega = L_1 L_2 L_3$. Okresowe warunki brzegowe można sformułować następująco:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_3) = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach 3D nakładamy periodyczne warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W tym celu wybieramy prostopadłościan o krawędziach: $L_j = N_j a_j$, gdzie $j = 1, 2, 3 = x, y, z$, a_j są to długości wektorów podstawowych sieci prostej, a $N_j =$ liczby naturalne.

Objętość prostopadłościanu: $\Omega = L_1 L_2 L_3$. Periodyczne warunki brzegowe można sformułować następująco:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_3) = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{L}_j = N_j a_j \mathbf{e}_j$.

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach 3D nakładamy periodyczne warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W tym celu wybieramy prostopadłościan o krawędziach: $L_j = N_j a_j$, gdzie $j = 1, 2, 3 = x, y, z$, a_j są to długości wektorów podstawowych sieci prostej, a $N_j =$ liczby naturalne.

Objętość prostopadłościanu: $\Omega = L_1 L_2 L_3$. Periodyczne warunki brzegowe można sformułować następująco:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_3) = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{L}_j = N_j a_j \mathbf{e}_j$. Warunki te prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora \mathbf{k}

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach 3D nakładamy okresowe warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W tym celu wybieramy prostopadłościan o krawędziach: $L_j = N_j a_j$, gdzie $j = 1, 2, 3 = x, y, z$, a_j są to długości wektorów podstawowych sieci prostej, a $N_j =$ liczby naturalne.

Objętość prostopadłościanu: $\Omega = L_1 L_2 L_3$. Okresowe warunki brzegowe można sformułować następująco:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_3) = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{L}_j = N_j a_j \mathbf{e}_j$. Warunki te prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora \mathbf{k}

$$k_j = \frac{2\pi}{L_j} l_j, \quad (2)$$

Gęstość stanów kwantowych w przestrzeni odwrotnej

W kryształach 3D nakładamy okresowe warunki brzegowe na funkcję Blocha $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$. W tym celu wybieramy prostopadłościan o krawędziach: $L_j = N_j a_j$, gdzie $j = 1, 2, 3 = x, y, z$, a_j są to długości wektorów podstawowych sieci prostej, a $N_j =$ liczby naturalne.

Objętość prostopadłościanu: $\Omega = L_1 L_2 L_3$. Okresowe warunki brzegowe można sformułować następująco:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r} + \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_3) = \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{L}_j = N_j a_j \mathbf{e}_j$. Warunki te prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora \mathbf{k}

$$k_j = \frac{2\pi}{L_j} l_j, \quad (2)$$

gdzie $l_j =$ liczby całkowite.

Dla $\Delta l_j = 1$ otrzymujemy $\Delta k_j = 2\pi/L_j$.

Dla $\Delta l_j = 1$ otrzymujemy $\Delta k_j = 2\pi/L_j$. Zatem pojedynczej wartości k_j składowej j -ej wektora falowego odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} odległość

Dla $\Delta l_j = 1$ otrzymujemy $\Delta k_j = 2\pi/L_j$. Zatem pojedynczej wartości k_j składowej j -ej wektora falowego odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} odległość

$$l_{\mathbf{k}} = \frac{2\pi}{L_j} . \quad (3)$$

Dla $\Delta l_j = 1$ otrzymujemy $\Delta k_j = 2\pi/L_j$. Zatem pojedynczej wartości k_j składowej j -ej wektora falowego odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} odległość

$$l_{\mathbf{k}} = \frac{2\pi}{L_j} . \quad (3)$$

Wynika stąd, że dozwolonemu przez warunki brzegowe wektorowi $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3) = (k_x, k_y, k_z)$ odpowiada w przestrzeni odwrotnej element objętości

Dla $\Delta l_j = 1$ otrzymujemy $\Delta k_j = 2\pi/L_j$. Zatem pojedynczej wartości k_j składowej j -ej wektora falowego odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} odległość

$$l_{\mathbf{k}} = \frac{2\pi}{L_j} . \quad (3)$$

Wynika stąd, że dozwolonemu przez warunki brzegowe wektorowi $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3) = (k_x, k_y, k_z)$ odpowiada w przestrzeni odwrotnej element objętości

$$\Omega_{\mathbf{k}} = \frac{(2\pi)^3}{L_1 L_2 L_3} = \frac{(2\pi)^3}{\Omega} . \quad (4)$$

Stan kwantowy elektronu w kryształcie określony jest przez podanie numeru pasma ν , wektora falowego \mathbf{k} (przy czym $\mathbf{k} \in \text{BZ}$) i składowej z -owej spinu s_z .

Stan kwantowy elektronu w kryształach określony jest przez podanie numeru pasma ν , wektora falowego \mathbf{k} (przy czym $\mathbf{k} \in \text{BZ}$) i składowej z -owej spinu s_z . W zadanym (ustalonym) pasmie ν stan kwantowy elektronu wyznaczają cztery liczby (k_x, k_y, k_z, s_z) .

Stan kwantowy elektronu w kryształach określony jest przez podanie numeru pasma ν , wektora falowego \mathbf{k} (przy czym $\mathbf{k} \in \text{BZ}$) i składowej z -owej spinu s_z . W zadanym (ustalonym) pasmie ν stan kwantowy elektronu wyznaczają cztery liczby (k_x, k_y, k_z, s_z) . Składowa z -owa spinu elektronu przyjmuje dwie wartości $s_z = \pm \hbar/2$, a zatem objętość (4) odpowiada dwóm stanom kwantowym różniącym się wartościami własnymi s_z .

Stan kwantowy elektronu w kryształach określony jest przez podanie numeru pasma ν , wektora falowego \mathbf{k} (przy czym $\mathbf{k} \in \text{BZ}$) i składowej z -owej spinu s_z . W zadanym (ustalonym) pasmie ν stan kwantowy elektronu wyznaczają cztery liczby (k_x, k_y, k_z, s_z) . Składowa z -owa spinu elektronu przyjmuje dwie wartości $s_z = \pm \hbar/2$, a zatem objętość (4) odpowiada dwóm stanom kwantowym różniącym się wartościami własnymi s_z . Oznacza to, że stanowi (k_x, k_y, k_z, s_z) odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} połowa elementu objętości (4), czyli

Stan kwantowy elektronu w kryształcie określony jest przez podanie numeru pasma ν , wektora falowego \mathbf{k} (przy czym $\mathbf{k} \in \text{BZ}$) i składowej z -owej spinu s_z . W zadanym (ustalonym) pasmie ν stan kwantowy elektronu wyznaczają cztery liczby (k_x, k_y, k_z, s_z) . Składowa z -owa spinu elektronu przyjmuje dwie wartości $s_z = \pm \hbar/2$, a zatem objętość (4) odpowiada dwóm stanom kwantowym różniącym się wartościami własnymi $s_z x$. Oznacza to, że stanowi (k_x, k_y, k_z, s_z) odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} połowa elementu objętości (4), czyli

$$\frac{1}{2} \Omega_{\mathbf{k}} = \frac{(2\pi)^3}{2\Omega} . \quad (5)$$

Ze wzoru (5) wynika, że liczba stanów na jednostkę objętości w przestrzeni \mathbf{k} wynosi

$$\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{2}{\Omega_{\mathbf{k}}} . \quad (6)$$

Ze wzoru (5) wynika, że liczba stanów na jednostkę objętości w przestrzeni \mathbf{k} wynosi

$$\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{2}{\Omega_{\mathbf{k}}} . \quad (6)$$

Na podstawie wzoru (6) otrzymujemy gęstość stanów kwantowych w przestrzeni \mathbf{k} w kryształach 3D w postaci

Ze wzoru (5) wynika, że liczba stanów na jednostkę objętości w przestrzeni \mathbf{k} wynosi

$$\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{2}{\Omega_{\mathbf{k}}} . \quad (6)$$

Na podstawie wzoru (6) otrzymujemy gęstość stanów kwantowych w przestrzeni \mathbf{k} w kryształach 3D w postaci

$$\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{2\Omega}{(2\pi)^3} = \text{const} . \quad (7)$$

Ze wzoru (5) wynika, że liczba stanów na jednostkę objętości w przestrzeni \mathbf{k} wynosi

$$\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{2}{\Omega_{\mathbf{k}}} . \quad (6)$$

Na podstawie wzoru (6) otrzymujemy gęstość stanów kwantowych w przestrzeni \mathbf{k} w kryształach 3D w postaci

$$\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{2\Omega}{(2\pi)^3} = \text{const} . \quad (7)$$

Wzór (7) stosujemy do obliczenia liczby stanów kwantowych w elemencie objętości $d^3k = dk_x dk_y dk_z$ w kryształach 3D

Ze wzoru (5) wynika, że liczba stanów na jednostkę objętości w przestrzeni \mathbf{k} wynosi

$$\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{2}{\Omega_{\mathbf{k}}} . \quad (6)$$

Na podstawie wzoru (6) otrzymujemy gęstość stanów kwantowych w przestrzeni \mathbf{k} w kryształach 3D w postaci

$$\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{2\Omega}{(2\pi)^3} = \text{const} . \quad (7)$$

Wzór (7) stosujemy do obliczenia liczby stanów kwantowych w elemencie objętości $d^3k = dk_x dk_y dk_z$ w kryształach 3D

$$dN^{3D} = \tilde{g}^{3D}(\mathbf{k})d^3k = \frac{\Omega}{4\pi^3} dk_x dk_y dk_z . \quad (8)$$

Gęstość stanów kwantowych w funkcji energii w kryształe 3D

A. Gęstość stanów w pasmie przewodnictwa

A. Gęstość stanów w pasmie przewodnictwa

Zakładamy, że stany elektronów w pasmie przewodnictwa opisane są paraboliczną relacją dyspersji z izotropową pasmową masą efektywną, czyli

A. Gęstość stanów w pasmie przewodnictwa

Zakładamy, że stany elektronów w pasmie przewodnictwa opisane są paraboliczną relacją dyspersji z izotropową pasmową masą efektywną, czyli

$$E(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}, \quad (9)$$

A. Gęstość stanów w pasmie przewodnictwa

Zakładamy, że stany elektronów w pasmie przewodnictwa opisane są paraboliczną relacją dyspersji z izotropową pasmową masą efektywną, czyli

$$E(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_e}, \quad (9)$$

gdzie $E_c = E_c(\mathbf{k}_0)$ jest energią minimum (dna) pasma przewodnictwa, a m_e jest pasmową masą efektywną elektronu.

W celu wyznaczenia gęstości stanów kwantowych w funkcji energii E elektronu obliczamy liczbę stanów kwantowych $N^{3D}(\mathbf{k})$ wewnątrz kuli o promieniu $k = |\mathbf{k}|$ na jednostkę objętości kryształu Ω

W celu wyznaczenia gęstości stanów kwantowych w funkcji energii E elektronu obliczamy liczbę stanów kwantowych $N^{3D}(\mathbf{k})$ wewnątrz kuli o promieniu $k = |\mathbf{k}|$ na jednostkę objętości kryształu Ω

$$N^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{4\pi k^3}{3} \frac{\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k})}{\Omega} . \quad (10)$$

W celu wyznaczenia gęstości stanów kwantowych w funkcji energii E elektronu obliczamy liczbę stanów kwantowych $N^{3D}(\mathbf{k})$ wewnątrz kuli o promieniu $k = |\mathbf{k}|$ na jednostkę objętości kryształu Ω

$$N^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{4\pi k^3}{3} \frac{\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k})}{\Omega}. \quad (10)$$

Po podstawieniu $\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \Omega/4\pi^3$ zgodnie ze wzorem (8) otrzymujemy

W celu wyznaczenia gęstości stanów kwantowych w funkcji energii E elektronu obliczamy liczbę stanów kwantowych $N^{3D}(\mathbf{k})$ wewnątrz kuli o promieniu $k = |\mathbf{k}|$ na jednostkę objętości kryształu Ω

$$N^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{4\pi k^3}{3} \frac{\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k})}{\Omega} . \quad (10)$$

Po podstawieniu $\tilde{g}^{3D}(\mathbf{k}) = \Omega/4\pi^3$ zgodnie ze wzorem (8) otrzymujemy

$$N^{3D}(\mathbf{k}) = \frac{k^3}{3\pi^2} . \quad (11)$$

Relacja dyspersji (9) prowadzi do związku

Relacja dyspersji (9) prowadzi do związku

$$k = \frac{1}{\hbar} [2m_e(E - E_c)]^{1/2} . \quad (12)$$

Relacja dyspersji (9) prowadzi do związku

$$k = \frac{1}{\hbar} [2m_e(E - E_c)]^{1/2} . \quad (12)$$

Stąd

$$N^{3D}(E) = \frac{(2m_e)^{3/2}}{3\hbar^3\pi^2} (E - E_c)^{3/2} . \quad (13)$$

Relacja dyspersji (9) prowadzi do związku

$$k = \frac{1}{\hbar} [2m_e(E - E_c)]^{1/2} . \quad (12)$$

Stąd

$$N^{3D}(E) = \frac{(2m_e)^{3/2}}{3\hbar^3\pi^2} (E - E_c)^{3/2} . \quad (13)$$

Gęstość stanów kwantowych g_c^{3D} w funkcji energii E w pasmie przewodnictwa c kryształu 3D definiujemy w sposób następujący:

Relacja dyspersji (9) prowadzi do związku

$$k = \frac{1}{\hbar} [2m_e(E - E_c)]^{1/2} . \quad (12)$$

Stąd

$$N^{3D}(E) = \frac{(2m_e)^{3/2}}{3\hbar^3\pi^2} (E - E_c)^{3/2} . \quad (13)$$

Gęstość stanów kwantowych g_c^{3D} w funkcji energii E w pasmie przewodnictwa c kryształu 3D definiujemy w sposób następujący:

$$g_c^{3D}(E) = \frac{dN^{3D}}{dE} . \quad (14)$$

Końcowy wzór na gęstość stanów w pasmie przewodnictwa w funkcji energii ma postać

Końcowy wzór na gęstość stanów w pasmie przewodnictwa w funkcji energii ma postać

$$g_c^{3D}(E) = \frac{(2m_e)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3} (E - E_c)^{1/2} . \quad (15)$$

Końcowy wzór na gęstość stanów w pasmie przewodnictwa w funkcji energii ma postać

$$g_c^{3D}(E) = \frac{(2m_e)^{3/2}}{2\pi^2\hbar^3}(E - E_c)^{1/2} . \quad (15)$$

Wzór (15) podaje liczbę stanów kwantowych w pasmie przewodnictwa przypadających na jednostkę objętości kryształu litego i jednostkowy przedział energii elektronu.

B. Gęstość stanów w pasmie walencyjnym

B. Gęstość stanów w pasmie walencyjnym

Rozważamy pasmo walencyjne w kryształach 3D opisane paraboliczną izotropową relacją dyspersji

B. Gęstość stanów w pasmie walencyjnym

Rozważamy pasmo walencyjne w kryształ 3D opisane paraboliczną izotropową relacją dyspersji

$$E(\mathbf{k}) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}, \quad (16)$$

B. Gęstość stanów w pasmie walencyjnym

Rozważamy pasmo walencyjne w kryształcie 3D opisane paraboliczną izotropową relacją dyspersji

$$E(\mathbf{k}) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}, \quad (16)$$

gdzie $E_v = E_v(\mathbf{k}_0)$ jest energią maksimum (wierzchołka) pasma walencyjnego, a m_h jest pasmową masą dziury.

B. Gęstość stanów w pasmie walencyjnym

Rozważamy pasmo walencyjne w kryształach 3D opisane paraboliczną izotropową relacją dyspersji

$$E(\mathbf{k}) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}, \quad (16)$$

gdzie $E_v = E_v(\mathbf{k}_0)$ jest energią maksimum (wierzchołka) pasma walencyjnego, a m_h jest masą dziury.

Wyprowadzenie podobne do tego dla pasma przewodnictwa prowadzi do następującego wzoru na gęstość stanów w pasmie walencyjnym:

B. Gęstość stanów w pasmie walencyjnym

Rozważamy pasmo walencyjne w kryształ 3D opisane paraboliczną izotropową relacją dyspersji

$$E(\mathbf{k}) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_h}, \quad (16)$$

gdzie $E_v = E_v(\mathbf{k}_0)$ jest energią maksimum (wierzchołka) pasma walencyjnego, a m_h jest pasmową masą dziury.

Wyprowadzenie podobne do tego dla pasma przewodnictwa prowadzi do następującego wzoru na gęstość stanów w pasmie walencyjnym:

$$g_v^{3D}(E) = \frac{(2m_h)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} (E_v - E)^{1/2}. \quad (17)$$

Gęstość stanów kwantowych elektronów zlokalizowanych na domieszkach

Gęstość stanów kwantowych elektronów zlokalizowanych na domieszkach

Domieszki akceptorowe i donorowe tworzą dyskretne poziomy energetyczne w przerwie wzbronionej.

Gęstość stanów kwantowych elektronów zlokalizowanych na domieszkach

Domieszki akceptorowe i donorowe tworzą dyskretne poziomy energetyczne w przerwie wzbronionej. Odpowiednie gęstości stanów kwantowych w funkcji energii liczone na jednostkę objętości kryształu dane są wzorami

Gęstość stanów kwantowych elektronów zlokalizowanych na domieszkach

Domieszki akceptorowe i donorowe tworzą dyskretne poziomy energetyczne w przerwie wzbronionej. Odpowiednie gęstości stanów kwantowych w funkcji energii liczone na jednostkę objętości kryształu dane są wzorami

$$g_A^{3D}(E) = N_A \delta(E - E_A) , \quad (18)$$

Gęstość stanów kwantowych elektronów zlokalizowanych na domieszkach

Domieszki akceptorowe i donorowe tworzą dyskretne poziomy energetyczne w przerwie wzbronionej. Odpowiednie gęstości stanów kwantowych w funkcji energii liczone na jednostkę objętości kryształu dane są wzorami

$$g_A^{3D}(E) = N_A \delta(E - E_A) , \quad (18)$$

oraz

$$g_D^{3D}(E) = N_D \delta(E - E_D) , \quad (19)$$

Gęstość stanów kwantowych elektronów zlokalizowanych na domieszkach

Domieszki akceptorowe i donorowe tworzą dyskretne poziomy energetyczne w przerwie wzbronionej. Odpowiednie gęstości stanów kwantowych w funkcji energii liczone na jednostkę objętości kryształu dane są wzorami

$$g_A^{3D}(E) = N_A \delta(E - E_A) , \quad (18)$$

oraz

$$g_D^{3D}(E) = N_D \delta(E - E_D) , \quad (19)$$

gdzie N_A (N_D) jest koncentracją akceptorów (donorów), czyli liczba odpowiednich domieszek w jednostce objętości kryształu.

Gęstość stanów w studni kwantowej

Gęstość stanów w studni kwantowej

Rozważamy układ quasi-dwuwymiarowy, który stanowi model półprzewodnikowej studni kwantowej.

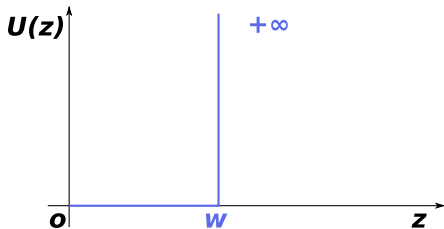
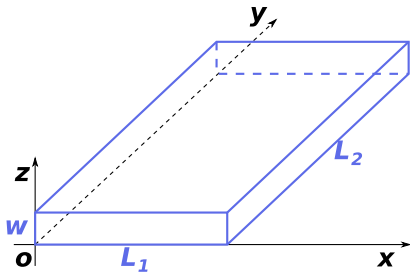
Gęstość stanów w studni kwantowej

Rozważamy układ quasi-dwuwymiarowy, który stanowi model półprzewodnikowej studni kwantowej. Zakładamy, że w kierunku z elektron jest uwięziony w nieskończonej głębokiej studni potencjału, a w płaszczyźnie $x - y$ elektron może poruszać się swobodnie.

Gęstość stanów w studni kwantowej

Rozważamy układ quasi-dwuwymiarowy, który stanowi model półprzewodnikowej studni kwantowej. Zakładamy, że w kierunku z elektron jest uwięziony w nieskończenie głębokiej studni potencjału, a w płaszczyźnie $x - y$ elektron może poruszać się swobodnie.

Studnia kwantowa posiada następujące rozmiary: W w kierunku z , L_1 i L_2 odpowiednio w kierunkach x i y .



Model studni kwantowej.

Energia elektronu w studni kwantowej dana jest wzorem

Energia elektronu w studni kwantowej dana jest wzorem

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_e}(k_x^2 + k_y^2) + E_{n_z} , \quad (20)$$

Energia elektronu w studni kwantowej dana jest wzorem

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_e}(k_x^2 + k_y^2) + E_{n_z} , \quad (20)$$

gdzie

$$E_{n_z} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e} \left(\frac{n_z}{W} \right)^2 . \quad (21)$$

są skwantowanymi przestrzennie poziomami energetycznymi wynikającymi z uwięzienia elektronu w kierunku z ($n_z = 1, 2, \dots$).

Energia elektronu w studni kwantowej dana jest wzorem

$$E = \frac{\hbar^2}{2m_e}(k_x^2 + k_y^2) + E_{n_z} , \quad (20)$$

gdzie

$$E_{n_z} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e} \left(\frac{n_z}{W} \right)^2 . \quad (21)$$

są skwantowanymi przestrzennie poziomami energetycznymi wynikającymi z uwięzienia elektronu w kierunku z ($n_z = 1, 2, \dots$).

Wytworzenie w heterostrukturze półprzewodnikowej struktury studni kwantowej prowadzi do pojawienia się w pasmie przewodnictwa c podpasem, numerowanych liczbami kwantowymi n_z , z których każde posiada minimalną energię E_{n_z} .

Periodyczne warunki brzegowe w płaszczyźnie $x - y$ prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora falowego

Periodyczne warunki brzegowe w płaszczyźnie $x - y$ prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora falowego

$$k_x = \frac{2\pi}{L_1}l_1, \quad k_y = \frac{2\pi}{L_2}l_2, \quad (22)$$

Periodyczne warunki brzegowe w płaszczyźnie $x - y$ prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora falowego

$$k_x = \frac{2\pi}{L_1} l_1, \quad k_y = \frac{2\pi}{L_2} l_2, \quad (22)$$

gdzie $l_1, l_2 = 1, 2, \dots$

Periodyczne warunki brzegowe w płaszczyźnie $x - y$ prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora falowego

$$k_x = \frac{2\pi}{L_1}l_1, \quad k_y = \frac{2\pi}{L_2}l_2, \quad (22)$$

gdzie $l_1, l_2 = 1, 2, \dots$

Jeżeli założymy, że $L_1 = L_2 = L$, to kolejne wartości składowych wektora $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ tworzą na płaszczyźnie $k_x - k_y$ kwadraty o bokach

$$\Delta k_x \Delta k_y = \frac{(2\pi)^2}{L^2}. \quad (23)$$

Periodyczne warunki brzegowe w płaszczyźnie $x - y$ prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora falowego

$$k_x = \frac{2\pi}{L_1}l_1, \quad k_y = \frac{2\pi}{L_2}l_2, \quad (22)$$

gdzie $l_1, l_2 = 1, 2, \dots$

Jeżeli założymy, że $L_1 = L_2 = L$, to kolejne wartości składowych wektora $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ tworzą na płaszczyźnie $k_x - k_y$ kwadraty o bokach

$$\Delta k_x \Delta k_y = \frac{(2\pi)^2}{L^2}. \quad (23)$$

Zatem jednemu stanowi kwantowemu o liczbach kwantowych (k_x, k_y, s_z) odpowiada na płaszczyźnie $k_x - k_y$ powierzchnia

Periodyczne warunki brzegowe w płaszczyźnie $x - y$ prowadzą do dozwolonych wartości składowych wektora falowego

$$k_x = \frac{2\pi}{L_1} l_1, \quad k_y = \frac{2\pi}{L_2} l_2, \quad (22)$$

gdzie $l_1, l_2 = 1, 2, \dots$

Jeżeli założymy, że $L_1 = L_2 = L$, to kolejne wartości składowych wektora $\mathbf{k} = (k_x, k_y)$ tworzą na płaszczyźnie $k_x - k_y$ kwadraty o bokach

$$\Delta k_x \Delta k_y = \frac{(2\pi)^2}{L^2}. \quad (23)$$

Zatem jednemu stanowi kwantowemu o liczbach kwantowych (k_x, k_y, s_z) odpowiada na płaszczyźnie $k_x - k_y$ powierzchnia

$$\sigma_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2} \frac{(2\pi)^2}{L^2} = \frac{2\pi^2}{L^2}. \quad (24)$$

W dwuwymiarowej przestrzeni \mathbf{k} liczbę stanów kwantowych wewnątrz okręgu o promieniu $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ przypadającą na jednostkę powierzchni na płaszczyźnie $x - y$ obliczamy następująco:

W dwuwymiarowej przestrzeni \mathbf{k} liczbę stanów kwantowych wewnątrz okręgu o promieniu $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ przypadającą na jednostkę powierzchni na płaszczyźnie $x - y$ obliczamy następująco:

$$N^{2D} = \frac{\pi k^2}{\sigma_{\mathbf{k}} L^2} = \frac{k^2}{2\pi} . \quad (25)$$

W dwuwymiarowej przestrzeni \mathbf{k} liczbę stanów kwantowych wewnątrz okręgu o promieniu $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ przypadającą na jednostkę powierzchni na płaszczyźnie $x - y$ obliczamy następująco:

$$N^{2D} = \frac{\pi k^2}{\sigma_{\mathbf{k}} L^2} = \frac{k^2}{2\pi}. \quad (25)$$

Gęstość stanów w funkcji energii zdefiniowana jest jako

W dwuwymiarowej przestrzeni \mathbf{k} liczbę stanów kwantowych wewnątrz okręgu o promieniu $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ przypadającą na jednostkę powierzchni na płaszczyźnie $x - y$ obliczamy następująco:

$$N^{2D} = \frac{\pi k^2}{\sigma_{\mathbf{k}} L^2} = \frac{k^2}{2\pi} . \quad (25)$$

Gęstość stanów w funkcji energii zdefiniowana jest jako

$$g^{2D}(E) = \frac{dN^{2D}}{dE} . \quad (26)$$

W dwuwymiarowej przestrzeni \mathbf{k} liczbę stanów kwantowych wewnątrz okręgu o promieniu $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ przypadającą na jednostkę powierzchni na płaszczyźnie $x - y$ obliczamy następująco:

$$N^{2D} = \frac{\pi k^2}{\sigma_{\mathbf{k}} L^2} = \frac{k^2}{2\pi}. \quad (25)$$

Gęstość stanów w funkcji energii zdefiniowana jest jako

$$g^{2D}(E) = \frac{dN^{2D}}{dE}. \quad (26)$$

Z relacji dyspersji (20) otrzymujemy

$$k^2 = \frac{2m_e(E - E_{n_z})}{\hbar^2}, \quad (27)$$

W dwuwymiarowej przestrzeni \mathbf{k} liczbę stanów kwantowych wewnątrz okręgu o promieniu $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ przypadającą na jednostkę powierzchni na płaszczyźnie $x - y$ obliczamy następująco:

$$N^{2D} = \frac{\pi k^2}{\sigma_{\mathbf{k}} L^2} = \frac{k^2}{2\pi}. \quad (25)$$

Gęstość stanów w funkcji energii zdefiniowana jest jako

$$g^{2D}(E) = \frac{dN^{2D}}{dE}. \quad (26)$$

Z relacji dyspersji (20) otrzymujemy

$$k^2 = \frac{2m_e(E - E_{n_z})}{\hbar^2}, \quad (27)$$

a stąd

$$N^{2D} = \frac{m_e}{\pi \hbar^2} (E - E_{n_z}). \quad (28)$$

Na podstawie wzorów (26) i (28) otrzymujemy

$$g^{2D}(E) = \frac{m_e}{\pi \hbar^2}. \quad (29)$$

Na podstawie wzorów (26) i (28) otrzymujemy

$$g^{2D}(E) = \frac{m_e}{\pi \hbar^2}. \quad (29)$$

Wzór (29) podaje wkład do gęstości stanów pochodzący od podpasma o liczbie kwantowej n_z .

Całkowita gęstość stanów $g^{2D}(E)$ jest sumą wkładów (29) pochodzących od podpasz n_z o energiach poniżej energii E , czyli

Całkowita gęstość stanów $g^{2D}(E)$ jest sumą wkładów (29) pochodzących od podpasm n_z o energiach poniżej energii E , czyli

$$g^{2D}(E) = \frac{m_e}{\pi \hbar^2} \sum_{n_z=1}^{N_z} \Theta(E - E_{n_z}) , \quad (30)$$

Całkowita gęstość stanów $g^{2D}(E)$ jest sumą wkładów (29) pochodzących od podpasm n_z o energiach poniżej energii E , czyli

$$g^{2D}(E) = \frac{m_e}{\pi \hbar^2} \sum_{n_z=1}^{N_z} \Theta(E - E_{n_z}), \quad (30)$$

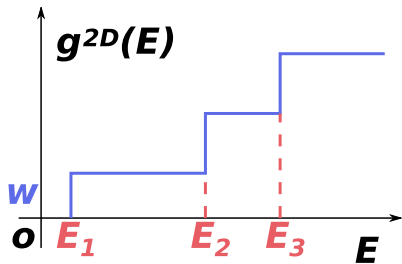
gdzie $\Theta(x) = 1$ dla $x > 0$ i $\Theta(x) = 0$ dla $x < 0$.

Całkowita gęstość stanów $g^{2D}(E)$ jest sumą wkładów (29) pochodzących od podpasz n_z o energiach poniżej energii E , czyli

$$g^{2D}(E) = \frac{m_e}{\pi \hbar^2} \sum_{n_z=1}^{N_z} \Theta(E - E_{n_z}), \quad (30)$$

gdzie $\Theta(x) = 1$ dla $x > 0$ i $\Theta(x) = 0$ dla $x < 0$.

Dla nieskończenie głębokiej studni kwantowej $N_z \rightarrow \infty$, natomiast w bardziej realistycznym modelu studni kwantowej posiada ona skończoną głębokość, czyli liczba stanów N_z stanów kwantowych elektronu uwięzionego w kierunku z jest skończona.



Gęstość stanów w dwuwymiarowej studni kwantowej.

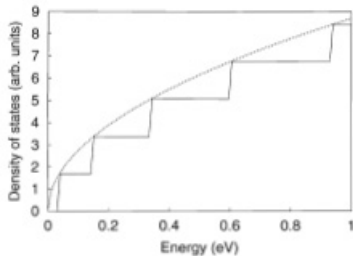


Fig. 2.2. Density of states for an infinite square well (*straight line*) of width L_x and of area S compared to the one for the bulk material (*dashed line*) with the same volume $\Omega = SL_x$ ($L_x = 100 \text{ \AA}$, $m^* = 0.1 m_0$)

Porównanie gęstości stanów w układach 3D i 2D.

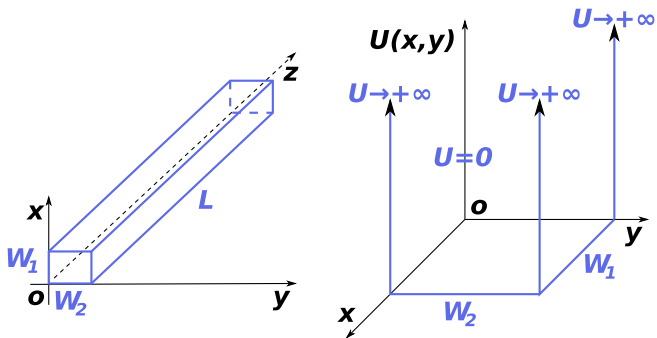
Gęstość stanów w drucie kwantowym

Gęstość stanów w drucie kwantowym

Drut kwantowym (nanodrut) jest nanostrukturą (półprzewodnikową lub metaliczną) o rozmiarach przekroju poprzecznego $\leq 100\text{nm}$ i dowolnej (zwykle $\sim \mu\text{m}$) długości.

Gęstość stanów w drucie kwantowym

Drut kwantowym (nanodrut) jest nanostrukturą (półprzewodnikową lub metaliczną) o rozmiarach przekroju poprzecznego $\leq 100\text{nm}$ i dowolnej (zwykle $\sim \mu\text{m}$) długości. W najprostszym modelu drutu kwantowego przyjmujemy, że elektron może poruszać się swobodnie w kierunku z , a w kierunkach x i y jest uwięziony w nieskończenie głębokiej studni potencjału.



Model drutu kwantowego.

Energię elektronu w prostym modelu drutu kwantowego można zapisać w postaci

Energię elektronu w prostym modelu drutu kwantowego można zapisać w postaci

$$E = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e} + E_{n_1 n_2} , \quad (31)$$

Energię elektronu w prostym modelu drutu kwantowego można zapisać w postaci

$$E = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e} + E_{n_1 n_2} , \quad (31)$$

gdzie $n_1, n_2 = 1, 2, \dots$ są liczbami kwantowymi stanów elektronu w nieskończenie głębokiej dwuwymiarowej studni potencjału.

Energię elektronu w prostym modelu drutu kwantowego można zapisać w postaci

$$E = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_e} + E_{n_1 n_2} , \quad (31)$$

gdzie $n_1, n_2 = 1, 2, \dots$ są liczbami kwantowymi stanów elektronu w nieskończenie głębokiej dwuwymiarowej studni potencjału.

Energia kwantowania ruchu poprzecznego elektronu

$$E_{n_1 n_2} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e} \left[\left(\frac{n_1}{W_1} \right)^2 + \left(\frac{n_2}{W_2} \right)^2 \right] . \quad (32)$$

Periodyczne warunki brzegowe w kierunku z prowadzą do
dozwolonych wartości k_z

Periodyczne warunki brzegowe w kierunku z prowadzą do dozwolonych wartości k_z

$$k_z = \frac{2\pi}{L}l, \quad (33)$$

Periodyczne warunki brzegowe w kierunku z prowadzą do dozwolonych wartości k_z

$$k_z = \frac{2\pi}{L}l, \quad (33)$$

gdzie $l = \pm 1, \pm 2, \dots$

Periodyczne warunki brzegowe w kierunku z prowadzą do dozwolonych wartości k_z

$$k_z = \frac{2\pi}{L}l, \quad (33)$$

gdzie $l = \pm 1, \pm 2, \dots$. Stąd

$$\Delta k_z = \frac{2\pi}{L}, \quad (34)$$

Periodyczne warunki brzegowe w kierunku z prowadzą do dozwolonych wartości k_z

$$k_z = \frac{2\pi}{L}l, \quad (33)$$

gdzie $l = \pm 1, \pm 2, \dots$. Stąd

$$\Delta k_z = \frac{2\pi}{L}, \quad (34)$$

czyli jednemu stanowi kwantowemu opisanemu przez liczby kwantowe (k_z, σ_z) odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} odcinek

$$\delta k_z = \frac{\pi}{L}. \quad (35)$$

Periodyczne warunki brzegowe w kierunku z prowadzą do dozwolonych wartości k_z

$$k_z = \frac{2\pi}{L}l, \quad (33)$$

gdzie $l = \pm 1, \pm 2, \dots$. Stąd

$$\Delta k_z = \frac{2\pi}{L}, \quad (34)$$

czyli jednemu stanowi kwantowemu opisanemu przez liczby kwantowe (k_z, σ_z) odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} odcinek

$$\delta k_z = \frac{\pi}{L}. \quad (35)$$

Zatem w jednowymiarowej przestrzeni $\mathbf{k} \equiv k_z$ liczba stanów kwantowych w przedziale $[-k_z, k_z]$ liczona na jednostkę długości w przestrzeni rzeczywistej wynosi

Periodyczne warunki brzegowe w kierunku z prowadzą do dozwolonych wartości k_z

$$k_z = \frac{2\pi}{L}l, \quad (33)$$

gdzie $l = \pm 1, \pm 2, \dots$. Stąd

$$\Delta k_z = \frac{2\pi}{L}, \quad (34)$$

czyli jednemu stanowi kwantowemu opisanemu przez liczby kwantowe (k_z, σ_z) odpowiada w przestrzeni \mathbf{k} odcinek

$$\delta k_z = \frac{\pi}{L}. \quad (35)$$

Zatem w jednowymiarowej przestrzeni $\mathbf{k} \equiv k_z$ liczba stanów kwantowych w przedziale $[-k_z, k_z]$ liczona na jednostkę długości w przestrzeni rzeczywistej wynosi

$$N^{1D} = \frac{2k_z}{L\delta k_z} = \frac{2k_z}{\pi}. \quad (36)$$

Gęstość stanów kwantowych w funkcji energii

$$g^{1D}(E) = \frac{dN^{1D}}{dE} \quad (37)$$

Gęstość stanów kwantowych w funkcji energii

$$g^{1D}(E) = \frac{dN^{1D}}{dE} \quad (37)$$

można obliczyć na podstawie wzorów (31) i (36) w następujący sposób:

Gęstość stanów kwantowych w funkcji energii

$$g^{1D}(E) = \frac{dN^{1D}}{dE} \quad (37)$$

można obliczyć na podstawie wzorów (31) i (36) w następujący sposób:

$$N^{1D} = \frac{2}{\pi\hbar} \sqrt{2m_e(E - E_{n_1 n_2})}, \quad (38)$$

Gęstość stanów kwantowych w funkcji energii

$$g^{1D}(E) = \frac{dN^{1D}}{dE} \quad (37)$$

można obliczyć na podstawie wzorów (31) i (36) w następujący sposób:

$$N^{1D} = \frac{2}{\pi\hbar} \sqrt{2m_e(E - E_{n_1n_2})}, \quad (38)$$

a stąd

$$g^{1D}(E) = \frac{1}{\pi\hbar} \left(\frac{2m_e}{E - E_{n_1n_2}} \right)^{1/2}. \quad (39)$$

Gęstość stanów kwantowych w funkcji energii

$$g^{1D}(E) = \frac{dN^{1D}}{dE} \quad (37)$$

można obliczyć na podstawie wzorów (31) i (36) w następujący sposób:

$$N^{1D} = \frac{2}{\pi\hbar} \sqrt{2m_e(E - E_{n_1n_2})}, \quad (38)$$

a stąd

$$g^{1D}(E) = \frac{1}{\pi\hbar} \left(\frac{2m_e}{E - E_{n_1n_2}} \right)^{1/2}. \quad (39)$$

Funkcja (39) jest osobliwa dla $E = E_{n_1n_2}$, czyli dla każdego poziomu energetycznego pochodzącego od skwantowanego przestrzennie ruchu w płaszczyźnie $x - y$.

Gęstość stanów kwantowych w funkcji energii

$$g^{1D}(E) = \frac{dN^{1D}}{dE} \quad (37)$$

można obliczyć na podstawie wzorów (31) i (36) w następujący sposób:

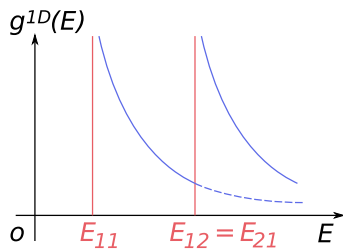
$$N^{1D} = \frac{2}{\pi\hbar} \sqrt{2m_e(E - E_{n_1n_2})}, \quad (38)$$

a stąd

$$g^{1D}(E) = \frac{1}{\pi\hbar} \left(\frac{2m_e}{E - E_{n_1n_2}} \right)^{1/2}. \quad (39)$$

Funkcja (39) jest osobliwa dla $E = E_{n_1n_2}$, czyli dla każdego poziomu energetycznego pochodzącego od skwantowanego przestrzennie ruchu w płaszczyźnie $x - y$.

Należy ponadto zauważyć degenerację tych poziomów, np. $E_{12} = E_{21}$.



Gęstość stanów w jednowymiarowym drucie kwantowym.

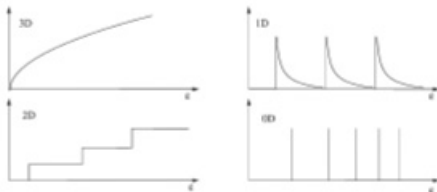


Fig. 2.3. Comparison between the density of states at 3D, 2D, 1D and 0D

Porównanie gęstości stanów kwantowych w układach 3D, 2D, 1D i 0D.

Funkcja rozkładu Fermiego-Diraca

Funkcja rozkładu Fermiego-Diraca

Elektrony i dziury posiadają spin połówkowy, podlegają więc statystyce Fermiego-Diraca.

Funkcja rozkładu Fermiego-Diraca

Elektrony i dziury posiadają spin połówkowy, podlegają więc statystyce Fermiego-Diraca. Zgodnie z tą statystyką, w układzie identycznych fermionów w równowadze termicznej w temperaturze T prawdopodobieństwo obsadzenia przez fermion stanu kwantowego o energii E określone jest przez **funkcję rozkładu Fermiego-Diraca** o postaci

Funkcja rozkładu Fermiego-Diraca

Elektrony i dziury posiadają spin połówkowy, podlegają więc statystyce Fermiego-Diraca. Zgodnie z tą statystyką, w układzie identycznych fermionów w równowadze termicznej w temperaturze T prawdopodobieństwo obsadzenia przez fermion stanu kwantowego o energii E określone jest przez **funkcję rozkładu Fermiego-Diraca** o postaci

$$f(E) = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}, \quad (40)$$

Funkcja rozkładu Fermiego-Diraca

Elektrony i dziury posiadają spin połówkowy, podlegają więc statystyce Fermiego-Diraca. Zgodnie z tą statystyką, w układzie identycznych fermionów w równowadze termicznej w temperaturze T prawdopodobieństwo obsadzenia przez fermion stanu kwantowego o energii E określone jest przez **funkcję rozkładu Fermiego-Diraca** o postaci

$$f(E) = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}, \quad (40)$$

gdzie $\beta = 1/(k_B T)$, a $\mu = E_F$ jest **potencjałem chemicznym** układu.

Funkcja rozkładu Fermiego-Diraca

Elektrony i dziury posiadają spin połówkowy, podlegają więc statystyce Fermiego-Diraca. Zgodnie z tą statystyką, w układzie identycznych fermionów w równowadze termicznej w temperaturze T prawdopodobieństwo obsadzenia przez fermion stanu kwantowego o energii E określone jest przez **funkcję rozkładu Fermiego-Diraca** o postaci

$$f(E) = \frac{1}{e^{\beta(E-\mu)} + 1}, \quad (40)$$

gdzie $\beta = 1/(k_B T)$, a $\mu = E_F$ jest **potencjałem chemicznym** układu. W fizyce ciała stałego E_F często nazywamy **poziomem Fermiego**.

Zgodnie z zakazem Pauliego liczba fermionów w
jednocząstkowym stanie kwantowym jest równa 0 lub 1.

Zgodnie z zakazem Pauliego liczba fermionów w
jednocząstkowym stanie kwantowym jest równa 0 lub 1. Na tej
podstawie możemy obliczyć **średnią liczbę fermionów** w
stanie kwantowym o energii E jako

Zgodnie z zakazem Pauliego liczba fermionów w jednocząstkowym stanie kwantowym jest równa 0 lub 1. Na tej podstawie możemy obliczyć **średnią liczbę fermionów** w stanie kwantowym o energii E jako

$$\langle n(E) \rangle = \sum_{i=1}^2 n_i p_i = 0 \times f(E) + 1 \times f(E) = f(E) . \quad (41)$$

Wynika stąd, że funkcja rozkładu Fermiego-Diraca wyznacza średnią liczbę fermionów w stanie kwantowym o energii E , czyli

Zgodnie z zakazem Pauliego liczba fermionów w jednocząstkowym stanie kwantowym jest równa 0 lub 1. Na tej podstawie możemy obliczyć **średnią liczbę fermionów** w stanie kwantowym o energii E jako

$$\langle n(E) \rangle = \sum_{i=1}^2 n_i p_i = 0 \times f(E) + 1 \times f(E) = f(E) . \quad (41)$$

Wynika stąd, że funkcja rozkładu Fermiego-Diraca wyznacza średnią liczbę fermionów w stanie kwantowym o energii E , czyli

$$\langle n(E) \rangle = f(E) . \quad (42)$$

Zgodnie z zakazem Pauliego liczba fermionów w jednocząstkowym stanie kwantowym jest równa 0 lub 1. Na tej podstawie możemy obliczyć **średnią liczbę fermionów** w stanie kwantowym o energii E jako

$$\langle n(E) \rangle = \sum_{i=1}^2 n_i p_i = 0 \times f(E) + 1 \times f(E) = f(E) . \quad (41)$$

Wynika stąd, że funkcja rozkładu Fermiego-Diraca wyznacza średnią liczbę fermionów w stanie kwantowym o energii E , czyli

$$\langle n(E) \rangle = f(E) . \quad (42)$$

Należy zauważyć, że wyprowadzenie (41) jest słuszne, gdy nie występuje degeneracja spinowa poziomów energetycznych.

Sens fizyczny potencjału chemicznego (poziomu Fermiego)

Sens fizyczny potencjału chemicznego (poziomu Fermiego)

- ▶ Zwykle potencjał chemiczny interpretujemy jako zmianę energii układu spowodowaną dodaniem do układu N fermionów jednego dodatkowego fermionu, czyli

Sens fizyczny potencjału chemicznego (poziomu Fermiego)

- ▶ Zwykle potencjał chemiczny interpretujemy jako zmianę energii układu spowodowaną dodaniem do układu N fermionów jednego dodatkowego fermionu, czyli

$$\mu = \frac{\Delta E}{\Delta N} . \quad (43)$$

Sens fizyczny potencjału chemicznego (poziomu Fermiego)

- ▶ Zwykle potencjał chemiczny interpretujemy jako zmianę energii układu spowodowaną dodaniem do układu N fermionów jednego dodatkowego fermionu, czyli

$$\mu = \frac{\Delta E}{\Delta N} . \quad (43)$$

- ▶ Dla $E = \mu$ otrzymujemy $f(\mu) = 1/2$, a zatem możemy interpretować potencjał chemiczny jako energię takiego stanu kwantowego, dla którego prawdopodobieństwo obsadzenia (średnia liczba fermionów) wynosi $1/2$.

Własności funkcji rozkładu Fermiego-Diraca

Własności funkcji rozkładu Fermiego-Diraca

(1) Przypadek $T = 0$, czyli $\beta \longrightarrow \infty$

W tym przypadku funkcja rozkładu jest funkcją schodkową

Własności funkcji rozkładu Fermiego-Diraca

(1) Przypadek $T = 0$, czyli $\beta \rightarrow \infty$

W tym przypadku funkcja rozkładu jest funkcją schodkową

$$f(E) = \begin{cases} 1 & \text{dla } E < \mu \\ 1/2 & \text{dla } E = \mu \\ 0 & \text{dla } E > \mu \end{cases} \quad (44)$$

Własności funkcji rozkładu Fermiego-Diraca

(1) Przypadek $T = 0$, czyli $\beta \rightarrow \infty$

W tym przypadku funkcja rozkładu jest funkcją schodkową

$$f(E) = \begin{cases} 1 & \text{dla } E < \mu \\ 1/2 & \text{dla } E = \mu \\ 0 & \text{dla } E > \mu \end{cases} \quad (44)$$

W temperaturze $T = 0$ potencjał chemiczny (poziom Fermiego) identyfikujemy z **energią Fermiego** E_F^0 , którą definiujemy jako maksymalną energię obsadzonego stanu kwantowego.

Własności funkcji rozkładu Fermiego-Diraca

(1) Przypadek $T = 0$, czyli $\beta \rightarrow \infty$

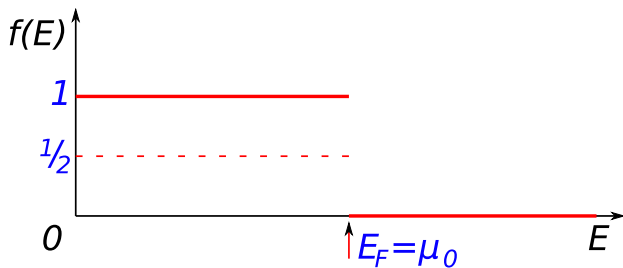
W tym przypadku funkcja rozkładu jest funkcją schodkową

$$f(E) = \begin{cases} 1 & \text{dla } E < \mu \\ 1/2 & \text{dla } E = \mu \\ 0 & \text{dla } E > \mu \end{cases} \quad (44)$$

W temperaturze $T = 0$ potencjał chemiczny (poziom Fermiego) identyfikujemy z **energią Fermiego** E_F^0 , którą definiujemy jako maksymalną energię obsadzonego stanu kwantowego.

Dla $T = 0$ otrzymujemy

$$\mu_0 = \mu(T = 0) = E_F(0) \equiv E_F^0 . \quad (45)$$



Rozkład Fermiego-Diraca dla $T = 0$.

(2) Przypadek $T > 0$

(2) Przypadek $T > 0$

(2a) Przypadek $k_B T \ll \mu$, czyli $\beta\mu \gg 1$

(2) Przypadek $T > 0$

(2a) Przypadek $k_B T \ll \mu$, czyli $\beta\mu \gg 1$

Dla $E \rightarrow 0$ otrzymujemy

$$f(E) \simeq \frac{1}{e^{-\beta\mu} + 1} \simeq 1. \quad (46)$$

(2) Przypadek $T > 0$

(2a) Przypadek $k_B T \ll \mu$, czyli $\beta\mu \gg 1$

Dla $E \rightarrow 0$ otrzymujemy

$$f(E) \simeq \frac{1}{e^{-\beta\mu} + 1} \simeq 1. \quad (46)$$

Natomiast dla $E \rightarrow \infty$

$$f(E) \simeq e^{-\beta E} \rightarrow 0. \quad (47)$$

(2) Przypadek $T > 0$

(2a) Przypadek $k_B T \ll \mu$, czyli $\beta\mu \gg 1$

Dla $E \rightarrow 0$ otrzymujemy

$$f(E) \simeq \frac{1}{e^{-\beta\mu} + 1} \simeq 1. \quad (46)$$

Natomiast dla $E \rightarrow \infty$

$$f(E) \simeq e^{-\beta E} \rightarrow 0. \quad (47)$$

(2b) Przypadek $E - \mu \gg k_B T$, czyli $\beta(E - \mu) \gg 1$

(2) Przypadek $T > 0$

(2a) Przypadek $k_B T \ll \mu$, czyli $\beta\mu \gg 1$

Dla $E \rightarrow 0$ otrzymujemy

$$f(E) \simeq \frac{1}{e^{-\beta\mu} + 1} \simeq 1. \quad (46)$$

Natomiast dla $E \rightarrow \infty$

$$f(E) \simeq e^{-\beta E} \rightarrow 0. \quad (47)$$

(2b) Przypadek $E - \mu \gg k_B T$, czyli $\beta(E - \mu) \gg 1$

W tym przypadku rozkład Fermiego-Diraca przechodzi w **klasyczny rozkład Boltzmann**, który ma postać

(2) Przypadek $T > 0$

(2a) Przypadek $k_B T \ll \mu$, czyli $\beta\mu \gg 1$

Dla $E \rightarrow 0$ otrzymujemy

$$f(E) \simeq \frac{1}{e^{-\beta\mu} + 1} \simeq 1. \quad (46)$$

Natomiast dla $E \rightarrow \infty$

$$f(E) \simeq e^{-\beta E} \rightarrow 0. \quad (47)$$

(2b) Przypadek $E - \mu \gg k_B T$, czyli $\beta(E - \mu) \gg 1$

W tym przypadku rozkład Fermiego-Diraca przechodzi w **klasyczny rozkład Boltzmann**, który ma postać

$$f(E) \simeq e^{\beta\mu} e^{-\beta E} = C e^{-\beta E}, \quad (48)$$

(2) Przypadek $T > 0$

(2a) Przypadek $k_B T \ll \mu$, czyli $\beta\mu \gg 1$

Dla $E \rightarrow 0$ otrzymujemy

$$f(E) \simeq \frac{1}{e^{-\beta\mu} + 1} \simeq 1. \quad (46)$$

Natomiast dla $E \rightarrow \infty$

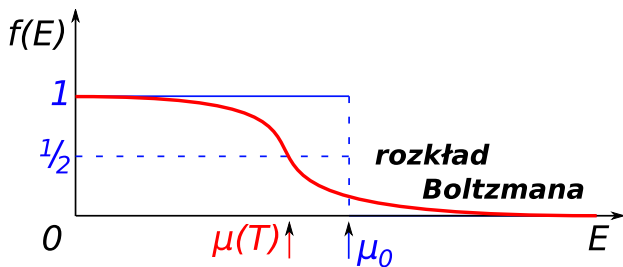
$$f(E) \simeq e^{-\beta E} \rightarrow 0. \quad (47)$$

(2b) Przypadek $E - \mu \gg k_B T$, czyli $\beta(E - \mu) \gg 1$

W tym przypadku rozkład Fermiego-Diraca przechodzi w **klasyczny rozkład Boltzmanna**, który ma postać

$$f(E) \simeq e^{\beta\mu} e^{-\beta E} = C e^{-\beta E}, \quad (48)$$

gdzie $C = e^{\beta\mu}$.



Rozkład Fermiego-Diraca dla $T > 0$.

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego przez dziurę

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego przez dziurę

Prawdopodobieństwo $h(E)$ obsadzenia stanu kwantowego o energii E przez dziurę jest równe prawdopodobieństwu nieobsadzenia tego stanu kwantowego przez elektron, a zatem

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego przez dziurę

Prawdopodobieństwo $h(E)$ obsadzenia stanu kwantowego o energii E przez dziurę jest równe prawdopodobieństwu nieobsadzenia tego stanu kwantowego przez elektron, a zatem

$$h(E) = 1 - f(E) = \frac{1}{e^{\beta(\mu-E)} + 1} . \quad (49)$$

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu kwantowego przez dziurę

Prawdopodobieństwo $h(E)$ obsadzenia stanu kwantowego o energii E przez dziurę jest równe prawdopodobieństwu nieobsadzenia tego stanu kwantowego przez elektron, a zatem

$$h(E) = 1 - f(E) = \frac{1}{e^{\beta(\mu - E)} + 1} . \quad (49)$$

Wzór (49) podaje rozkład Fermiego-Diraca dla dziur.

Zdegenerowany gaz nośników ładunku

Zdegenerowany gaz nośników ładunku

Jeżeli dla elektronów (dziur) możemy stosować rozkład Boltzmann'a (czyli zachodzi przypadek (2b)), to mówimy, że elektrony (dziury) tworzą **niezdegenerowany gaz elektronowy (dziurowy)**.

Zdegenerowany gaz nośników ładunku

Jeżeli dla elektronów (dziur) możemy stosować rozkład Boltzmann (czyli zachodzi przypadek (2b)), to mówimy, że elektrony (dziury) tworzą **niezdegenerowany gaz elektronowy (dziurowy)**.

W przeciwnym przypadku mówimy o **zdegenerowanym gazie nośników ładunku**.

Koncentracja nośników ładunku w pasmach

Koncentracja nośników ładunku w pasmach

Zajmiemy się obliczaniem koncentracji nośników ładunku w pasmach, czyli liczby elektronów w pasmie przewodnictwa (dziur w pasmie walencyjnym) na jednostkę objętości kryształu.

Koncentracja nośników ładunku w pasmach

Zajmiemy się obliczaniem koncentracji nośników ładunku w pasmach, czyli liczby elektronów w pasmie przewodnictwa (dziur w pasmie walencyjnym) na jednostkę objętości kryształu. W półprzewodniku samoistnym elektrony (dziury) mogą się pojawiać w pasmie przewodnictwa (walencyjnym) w wyniku wzbudzeń optycznych, wzbudzeń termicznych, lub w wyniku wstrzyknięcia elektronów z elektrody zewnętrznej.

Koncentracja nośników ładunku w pasmach

Zajmiemy się obliczaniem koncentracji nośników ładunku w pasmach, czyli liczby elektronów w pasmie przewodnictwa (dziur w pasmie walencyjnym) na jednostkę objętości kryształu. W półprzewodniku samoistnym elektrony (dziury) mogą się pojawiać w pasmie przewodnictwa (walencyjnym) w wyniku wzbudzeń optycznych, wzbudzeń termicznych, lub w wyniku wstrzyknięcia elektronów z elektrody zewnętrznej. Na ogół nośniki ładunku nie znajdują się w stanie równowagi termodynamicznej.

Koncentracja nośników ładunku w pasmach

Zajmiemy się obliczaniem koncentracji nośników ładunku w pasmach, czyli liczby elektronów w pasmie przewodnictwa (dziur w pasmie walencyjnym) na jednostkę objętości kryształu. W półprzewodniku samoistnym elektrony (dziury) mogą się pojawiać w pasmie przewodnictwa (walencyjnym) w wyniku wzbudzeń optycznych, wzbudzeń termicznych, lub w wyniku wstrzyknięcia elektronów z elektrody zewnętrznej.

Na ogół nośniki ładunku nie znajdują się w stanie równowagi termodynamicznej. Jednak czas rekombinacji elektron-dziura jest o kilka rzędów wielkości dłuższy od typowych czasów relaksacji układu nośników, która zachodzi wskutek oddziaływań z fononami lub domieszkami.

Zanim nastąpi rekombinacja pary elektron-dziura układ nośników ładunku osiąga stan **quasi-równowagi termodynamicznej**.

Zanim nastąpi rekombinacja pary elektron-dziura układ nośników ładunku osiąga stan **quasi-równowagi termodynamicznej**. Osiąganie przez nośniki ładunku stanu quasi-równowagi termodynamicznej pozwala na stosowanie do opisu własności termodynamicznych układu ładunków równowagowego rozkładu Fermiego-Diraca.

Zanim nastąpi rekombinacja pary elektron-dziura układ nośników ładunku osiąga stan **quasi-równowagi termodynamicznej**. Osiągnięcie przez nośniki ładunku stanu quasi-równowagi termodynamicznej pozwala na stosowanie do opisu własności termodynamicznych układu ładunków równowagowego rozkładu Fermiego-Diraca. W celu zaznaczenia quasi-równowagowego charakteru tego rozkładu wielkość $\mu = E_F$ nazywana jest **quasi-poziomem Fermiego**.

Koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa

Koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa

Koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa w litym kryształcie niedomieszkowanym oznaczamy symbolem n .

Koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa

Koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa w litym kryształcie niedomieszkowanym oznaczamy symbolem n . W jednostce objętości kryształu w pasmie przewodnictwa liczbę elektronów o energiach z przedziału $(E, E + dE)$ obliczamy jako

Koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa

Koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa w litym kryształcie niedomieszkowanym oznaczamy symbolem n . W jednostce objętości kryształu w pasmie przewodnictwa liczbę elektronów o energiach z przedziału $(E, E + dE)$ obliczamy jako

$$dn = g_c(E)f(E)dE , \quad (50)$$

Koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa

Koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa w litym kryształcie niedomieszkowanym oznaczamy symbolem n . W jednostce objętości kryształu w pasmie przewodnictwa liczbę elektronów o energiach z przedziału $(E, E + dE)$ obliczamy jako

$$dn = g_c(E)f(E)dE , \quad (50)$$

gdzie $g_c(E) = g_c^{3D}(E)$ jest gęstością stanów kwantowych w pasmie przewodnictwa kryształu $3D$, a $f(E)$ jest funkcją rozkładu Fermiego-Diraca (40).

Koncentrację elektronów obliczamy całkując stronami wyrażenie
(50)

Koncentrację elektronów obliczamy całkując stronami wyrażenie (50)

$$n = \int_{E_c^{min}}^{E_c^{max}} dE g_c(E) f(E) , \quad (51)$$

Koncentrację elektronów obliczamy całkując stronami wyrażenie (50)

$$n = \int_{E_c^{min}}^{E_c^{max}} dE g_c(E) f(E) , \quad (51)$$

gdzie $E_c^{min} \equiv E_c$ jest minimalną energią pasma przewodnictwa.

Koncentrację elektronów obliczamy całkując stronami wyrażenie (50)

$$n = \int_{E_c^{min}}^{E_c^{max}} dE g_c(E) f(E) , \quad (51)$$

gdzie $E_c^{min} \equiv E_c$ jest minimalną energią pasma przewodnictwa. W całce (51) maksymalną energię pasma przewodnictwa E_c^{max} można zastąpić przez ∞ , ponieważ dla $E \gg \mu$ $f(E) \rightarrow 0$.

Koncentrację elektronów obliczamy całkując stronami wyrażenie (50)

$$n = \int_{E_c^{min}}^{E_c^{max}} dE g_c(E) f(E) , \quad (51)$$

gdzie $E_c^{min} \equiv E_c$ jest minimalną energią pasma przewodnictwa. W całce (51) maksymalną energię pasma przewodnictwa E_c^{max} można zastąpić przez ∞ , ponieważ dla $E \gg \mu$ $f(E) \rightarrow 0$. Podstawiamy do (51) wyrażenie (15) i otrzymujemy

$$n = \frac{(2m_e)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \int_{E_c}^{\infty} dE \frac{(E - E_c)^{1/2}}{e^{\beta(E-\mu)} + 1} . \quad (52)$$

W całce (52) dokonujemy zmiany zmiennych $x = \beta(E - E_c)$ i wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\zeta = \beta(\mu - E_c)$, co prowadzi do wyrażenia

W całce (52) dokonujemy zmiany zmiennych $x = \beta(E - E_c)$ i wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\zeta = \beta(\mu - E_c)$, co prowadzi do wyrażenia

$$n = \frac{(2m_e k_B T)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \Phi_{1/2}(\zeta), \quad (53)$$

w którym pojawia się tzw. **całka Fermiego-Diraca rzędu 1/2**, zdefiniowana jako

W całce (52) dokonujemy zmiany zmiennych $x = \beta(E - E_c)$ i wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\zeta = \beta(\mu - E_c)$, co prowadzi do wyrażenia

$$n = \frac{(2m_e k_B T)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \Phi_{1/2}(\zeta), \quad (53)$$

w którym pojawia się tzw. **całka Fermiego-Diraca rzędu 1/2**, zdefiniowana jako

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \stackrel{def}{=} \int_0^{\infty} dx \frac{x^{1/2}}{e^{x-\zeta} + 1}. \quad (54)$$

W całce (52) dokonujemy zmiany zmiennych $x = \beta(E - E_c)$ i wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\zeta = \beta(\mu - E_c)$, co prowadzi do wyrażenia

$$n = \frac{(2m_e k_B T)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \Phi_{1/2}(\zeta), \quad (53)$$

w którym pojawia się tzw. **całka Fermiego-Diraca rzędu 1/2**, zdefiniowana jako

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \stackrel{def}{=} \int_0^{\infty} dx \frac{x^{1/2}}{e^{x-\zeta} + 1}. \quad (54)$$

Ostatecznie koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa w kryształach litium możemy obliczyć ze wzoru

$$n = n_0 \Phi_{1/2}(\zeta), \quad (55)$$

W całce (52) dokonujemy zmiany zmiennych $x = \beta(E - E_c)$ i wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\zeta = \beta(\mu - E_c)$, co prowadzi do wyrażenia

$$n = \frac{(2m_e k_B T)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \Phi_{1/2}(\zeta), \quad (53)$$

w którym pojawia się tzw. **całka Fermiego-Diraca rzędu 1/2**, zdefiniowana jako

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \stackrel{def}{=} \int_0^{\infty} dx \frac{x^{1/2}}{e^{x-\zeta} + 1}. \quad (54)$$

Ostatecznie koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa w kryształach litium możemy obliczyć ze wzoru

$$n = n_0 \Phi_{1/2}(\zeta), \quad (55)$$

gdzie

$$n_0 = \frac{(2m_e k_B T)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3}. \quad (56)$$

W całce (52) dokonujemy zmiany zmiennych $x = \beta(E - E_c)$ i wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\zeta = \beta(\mu - E_c)$, co prowadzi do wyrażenia

$$n = \frac{(2m_e k_B T)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \Phi_{1/2}(\zeta), \quad (53)$$

w którym pojawia się tzw. **całka Fermiego-Diraca rzędu 1/2**, zdefiniowana jako

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \stackrel{def}{=} \int_0^{\infty} dx \frac{x^{1/2}}{e^{x-\zeta} + 1}. \quad (54)$$

Ostatecznie koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa w kryształach litium możemy obliczyć ze wzoru

$$n = n_0 \Phi_{1/2}(\zeta), \quad (55)$$

gdzie

$$n_0 = \frac{(2m_e k_B T)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3}. \quad (56)$$

Wartości całki Fermiego-Diraca (54) możemy znaleźć w tablicach całek lub obliczyć ją numerycznie.

Koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

Koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

Koncentrację dziur w pasmie walencyjnym w półprzewodniku samoistnym oznaczamy symbolem p .

Koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

Koncentrację dziur w pasmie walencyjnym w półprzewodniku samoistnym oznaczamy symbolem p . Wyprowadzenie wzoru na koncentrację dziur przebiega podobnie jak dla elektronów.

Koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

Koncentrację dziur w pasmie walencyjnym w półprzewodniku samoistnym oznaczamy symbolem p . Wyprowadzenie wzoru na koncentrację dziur przebiega podobnie jak dla elektronów.

Startujemy z formuły

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} dE g_v(E) h(E) , \quad (57)$$

Koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

Koncentrację dziur w pasmie walencyjnym w półprzewodniku samoistnym oznaczamy symbolem p . Wyprowadzenie wzoru na koncentrację dziur przebiega podobnie jak dla elektronów.

Startujemy z formuły

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} dE g_v(E) h(E) , \quad (57)$$

gdzie $g_v(E) = g_v^{3D}(E)$ jest gęstością stanów w pasmie walencyjnym w kryształach 3D (17), a $h(E)$ jest funkcją rozkładu dziur (49).

Koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

Koncentrację dziur w pasmie walencyjnym w półprzewodniku samoistnym oznaczamy symbolem p . Wyprowadzenie wzoru na koncentrację dziur przebiega podobnie jak dla elektronów.

Startujemy z formuły

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} dE g_v(E) h(E) , \quad (57)$$

gdzie $g_v(E) = g_v^{3D}(E)$ jest gęstością stanów w pasmie walencyjnym w kryształach 3D (17), a $h(E)$ jest funkcją rozkładu dziur (49). Dla dziur wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\xi = \beta(E_v - \mu)$ i otrzymujemy

Koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

Koncentrację dziur w pasmie walencyjnym w półprzewodniku samoistnym oznaczamy symbolem p . Wyprowadzenie wzoru na koncentrację dziur przebiega podobnie jak dla elektronów.

Startujemy z formuły

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} dE g_v(E) h(E) , \quad (57)$$

gdzie $g_v(E) = g_v^{3D}(E)$ jest gęstością stanów w pasmie walencyjnym w kryształach 3D (17), a $h(E)$ jest funkcją rozkładu dziur (49). Dla dziur wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\xi = \beta(E_v - \mu)$ i otrzymujemy

$$p = p_0 \Phi_{1/2}(\xi) , \quad (58)$$

Koncentracja dziur w pasmie walencyjnym

Koncentrację dziur w pasmie walencyjnym w półprzewodniku samoistnym oznaczamy symbolem p . Wyprowadzenie wzoru na koncentrację dziur przebiega podobnie jak dla elektronów.

Startujemy z formuły

$$p = \int_{-\infty}^{E_v} dE g_v(E) h(E) , \quad (57)$$

gdzie $g_v(E) = g_v^{3D}(E)$ jest gęstością stanów w pasmie walencyjnym w kryształ 3D (17), a $h(E)$ jest funkcją rozkładu dziur (49). Dla dziur wprowadzamy bezwymiarowy parametr $\xi = \beta(E_v - \mu)$ i otrzymujemy

$$p = p_0 \Phi_{1/2}(\xi) , \quad (58)$$

gdzie

$$p_0 = \frac{(2m_h k_B T)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} . \quad (59)$$

Niezdegenerowany gaz nośników ładunku

Niezdegenerowany gaz nośników ładunku

Rozważmy najpierw elektrony w pasmie przewodnictwa zakładając, że gaz elektronowy jest niezdegenerowany, czyli $E - \mu \gg k_B T$.

Niezdegenerowany gaz nośników ładunku

Rozważmy najpierw elektrony w pasmie przewodnictwa zakładając, że gaz elektronowy jest niezdegenerowany, czyli $E - \mu \gg k_B T$. W tym przypadku możemy przybliżyć całkę Fermiego-Diraca za pomocą wyrażenia

Niezdegenerowany gaz nośników ładunku

Rozważmy najpierw elektrony w pasmie przewodnictwa zakładając, że gaz elektronowy jest niezdegenerowany, czyli $E - \mu \gg k_B T$. W tym przypadku możemy przybliżyć całkę Fermiego-Diraca za pomocą wyrażenia

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \simeq e^\zeta \int_0^\infty dx x^{1/2} e^{-x} . \quad (60)$$

Niezdegenerowany gaz nośników ładunku

Rozważmy najpierw elektrony w pasmie przewodnictwa zakładając, że gaz elektronowy jest niezdegenerowany, czyli $E - \mu \gg k_B T$. W tym przypadku możemy przybliżyć całkę Fermiego-Diraca za pomocą wyrażenia

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \simeq e^\zeta \int_0^\infty dx x^{1/2} e^{-x} . \quad (60)$$

Całkę w wyrażeniu (60) możemy obliczyć analitycznie w następujący sposób:

Niezdegenerowany gaz nośników ładunku

Rozważmy najpierw elektrony w pasmie przewodnictwa zakładając, że gaz elektronowy jest niezdegenerowany, czyli $E - \mu \gg k_B T$. W tym przypadku możemy przybliżyć całkę Fermiego-Diraca za pomocą wyrażenia

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \simeq e^\zeta \int_0^\infty dx x^{1/2} e^{-x}. \quad (60)$$

Całkę w wyrażeniu (60) możemy obliczyć analitycznie w następujący sposób:

$$\int_0^\infty dx x^{1/2} e^{-x} = 2 \int_0^\infty dy y^2 e^{-y^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2}. \quad (61)$$

A zatem

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\zeta}. \quad (62)$$

A zatem

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\zeta}. \quad (62)$$

Definiujemy **efektywną gęstość stanów kwantowych w pasmie przewodnictwa** jako

A zatem

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\zeta} . \quad (62)$$

Definiujemy **efektywną gęstość stanów kwantowych w pasmie przewodnictwa** jako

$$n_c \stackrel{def}{=} \frac{\sqrt{\pi}}{2} n_0 \quad (63)$$

A zatem

$$\Phi_{1/2}(\zeta) \simeq \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{\zeta} . \quad (62)$$

Definiujemy **efektywną gęstość stanów kwantowych w pasmie przewodnictwa** jako

$$n_c \stackrel{def}{=} \frac{\sqrt{\pi}}{2} n_0 \quad (63)$$

i otrzymujemy

$$n = n_c e^{\beta(\mu - E_c)} . \quad (64)$$

W podobny sposób możemy obliczyć koncentrację niezdegenerowanego gazu dziurowego w pasmie walencyjnym.

W podobny sposób możemy obliczyć koncentrację niezdegenerowanego gazu dziurowego w pasmie walencyjnym. Dla $\mu - E \gg k_B T$ otrzymujemy

$$p = p_v e^{\beta(E_v - \mu)} , \quad (65)$$

W podobny sposób możemy obliczyć koncentrację niezdegenerowanego gazu dziurowego w pasmie walencyjnym. Dla $\mu - E \gg k_B T$ otrzymujemy

$$p = p_v e^{\beta(E_v - \mu)}, \quad (65)$$

gdzie

$$p_v = \frac{\sqrt{\pi}}{2} p_0 \quad (66)$$

W podobny sposób możemy obliczyć koncentrację niezdegenerowanego gazu dziurowego w pasmie walencyjnym. Dla $\mu - E \gg k_B T$ otrzymujemy

$$p = p_v e^{\beta(E_v - \mu)}, \quad (65)$$

gdzie

$$p_v = \frac{\sqrt{\pi}}{2} p_0 \quad (66)$$

jest efektywną gęstością stanów kwantowych w pasmie walencyjnym.

Iloczyn koncentracji elektronów i dziur

Iloczyn koncentracji elektronów i dziur

Iloczyn np koncentracji elektronów i dziur w półprzewodniku niezdegenerowanym posiada ciekawą własność, a mianowicie

Iloczyn koncentracji elektronów i dziur

Iloczyn np koncentracji elektronów i dziur w półprzewodniku niezdegenerowanym posiada ciekawą własność, a mianowicie

$$np = n_c p_v e^{\beta(E_v - E_c)} = n_c p_v e^{-\beta E_g} , \quad (67)$$

Iloczyn koncentracji elektronów i dziur

Iloczyn np koncentracji elektronów i dziur w półprzewodniku niezdegenerowanym posiada ciekawą własność, a mianowicie

$$np = n_c p_v e^{\beta(E_v - E_c)} = n_c p_v e^{-\beta E_g} , \quad (67)$$

gdzie $E_g = E_c - E_v$ jest szerokością przerwy energetycznej. p Własność (67) będzie odgrywała ważną rolę w dalszych rozważaniach.

Półprzewodnik samoistny

Półprzewodnik samoistny

Rozważamy półprzewodnik samoistny (półprzewodnik niedomieszkowany), czyli taki, w którym nie ma żadnych defektów sieci krystalicznej.

Półprzewodnik samoistny

Rozważamy półprzewodnik samoistny (półprzewodnik niedomieszkowany), czyli taki, w którym nie ma żadnych defektów sieci krystalicznej. W tym przypadku

$$n = p = n_i , \quad (68)$$

Półprzewodnik samoistny

Rozważamy półprzewodnik samoistny (półprzewodnik niedomieszkowany), czyli taki, w którym nie ma żadnych defektów sieci krystalicznej. W tym przypadku

$$n = p = n_i , \quad (68)$$

gdzie n_i jest quasi-równowagową koncentracją nośników ładunku w półprzewodniku samoistnym (ang. "intrinsic semiconductor").

Jeżeli półprzewodnik samoistny jest niezdegenerowany, to iloczyn koncentracji (67) nośników przyjmuje postać

$$np = n_i^2 = C e^{-\beta E_g} , \quad (69)$$

Jeżeli półprzewodnik samoistny jest niezdegenerowany, to iloczyn koncentracji (67) nośników przyjmuje postać

$$np = n_i^2 = Ce^{-\beta E_g} , \quad (69)$$

gdzie C jest stałą dodatnią.

Jeżeli półprzewodnik samoistny jest niezdegenerowany, to iloczyn koncentracji (67) nośników przyjmuje postać

$$np = n_i^2 = Ce^{-\beta E_g} , \quad (69)$$

gdzie C jest stałą dodatnią. Zgodnie z (64)

$$n_i = n_c e^{\beta(\mu_i - E_c)} , \quad (70)$$

Jeżeli półprzewodnik samoistny jest niezdegenerowany, to iloczyn koncentracji (67) nośników przyjmuje postać

$$np = n_i^2 = Ce^{-\beta E_g} , \quad (69)$$

gdzie C jest stałą dodatnią. Zgodnie z (64)

$$n_i = n_c e^{\beta(\mu_i - E_c)} , \quad (70)$$

gdzie μ_i jest potencjałem chemicznym elektronów w niezdegenerowanym półprzewodniku samoistnym.

Półprzewodnik domieszkowany

Półprzewodnik domieszkowany

Zakładamy, że w półprzewodniku istnieją domieszki donorowe o koncentracji N_D i domieszki akceptorowe o koncentracji N_A .

Półprzewodnik domieszkowany

Zakładamy, że w półprzewodniku istnieją domieszki donorowe o koncentracji N_D i domieszki akceptorowe o koncentracji N_A . W niezdegenerowanym półprzewodniku domieszkowanym koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa również można wyrazić w postaci (64).

Półprzewodnik domieszkowany

Zakładamy, że w półprzewodniku istnieją domieszki donorowe o koncentracji N_D i domieszki akceptorowe o koncentracji N_A . W niezdegenerowanym półprzewodniku domieszkowanym koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa również można wyrazić w postaci (64). Możemy zatem napisać

$$n = n_c e^{\beta(\mu - E_c)} , \quad (71)$$

Półprzewodnik domieszkowany

Zakładamy, że w półprzewodniku istnieją domieszki donorowe o koncentracji N_D i domieszki akceptorowe o koncentracji N_A . W niezdegenerowanym półprzewodniku domieszkowanym koncentrację elektronów w pasmie przewodnictwa również można wyrazić w postaci (64). Możemy zatem napisać

$$n = n_c e^{\beta(\mu - E_c)} , \quad (71)$$

gdzie μ jest teraz potencjałem chemicznym elektronów w pasmie przewodnictwa półprzewodnika domieszkowanego.

Z równania (71) otrzymujemy

$$\mu = E_c + k_B T \ln \frac{n}{n_c} . \quad (72)$$

Z równania (71) otrzymujemy

$$\mu = E_c + k_B T \ln \frac{n}{n_c} . \quad (72)$$

Natomiast dla półprzewodnika samoistnego złożonego z tego samego materiału co półprzewodnik domieszkowany otrzymujemy na podstawie (70)

Z równania (71) otrzymujemy

$$\mu = E_c + k_B T \ln \frac{n}{n_c} . \quad (72)$$

Natomiast dla półprzewodnika samoistnego złożonego z tego samego materiału co półprzewodnik domieszkowany otrzymujemy na podstawie (70)

$$\mu_i = E_c + k_B T \ln \frac{n_i}{n_c} . \quad (73)$$

Z równania (71) otrzymujemy

$$\mu = E_c + k_B T \ln \frac{n}{n_c} . \quad (72)$$

Natomiast dla półprzewodnika samoistnego złożonego z tego samego materiału co półprzewodnik domieszkowany otrzymujemy na podstawie (70)

$$\mu_i = E_c + k_B T \ln \frac{n_i}{n_c} . \quad (73)$$

We wzorach (72) i (73) energia E_c dna pasma przewodnictwa jest taka sama, a zatem

$$\mu - k_B T \ln \frac{n}{n_c} = \mu_i - k_B T \ln \frac{n_i}{n_c} . \quad (74)$$

Ostatecznie otrzymujemy

$$\mu = \mu_i + k_B T \ln \frac{n}{n_i} . \quad (75)$$

Ostatecznie otrzymujemy

$$\mu = \mu_i + k_B T \ln \frac{n}{n_i} . \quad (75)$$

Wzór (75) pozwala wyznaczyć potencjał chemiczny niezdegenerowanego półprzewodnika domieszkowanego w funkcji temperatury T .

Ostatecznie otrzymujemy

$$\mu = \mu_i + k_B T \ln \frac{n}{n_i} . \quad (75)$$

Wzór (75) pozwala wyznaczyć potencjał chemiczny niezdegenerowanego półprzewodnika domieszkowanego w funkcji temperatury T . Ponadto μ zależy od masy pasmowej elektronu m_e , ponieważ $\mu_i = \mu_i(n_c(m_e))$ oraz od koncentracji donorów i akceptorów, ponieważ $n = n(N_D, N_A)$.

Półprzewodniki typu n i p

Półprzewodniki typu n i p

Zakładamy, że w przerwie energetycznej półprzewodnika domieszkowanego występuje tylko jeden poziom akceptorowy E_A (przy czym koncentracja akceptorów wynosi N_A) i tylko jeden poziom donorowy E_D (przy czym koncentracja donorów wynosi N_D).

Półprzewodniki typu n i p

Zakładamy, że w przerwie energetycznej półprzewodnika domieszkowanego występuje tylko jeden poziom akceptorowy E_A (przy czym koncentracja akceptorów wynosi N_A) i tylko jeden poziom donorowy E_D (przy czym koncentracja donorów wynosi N_D).

Definiujemy **stopień kompensacji** jako

Półprzewodniki typu n i p

Zakładamy, że w przerwie energetycznej półprzewodnika domieszkowanego występuje tylko jeden poziom akceptorowy E_A (przy czym koncentracja akceptorów wynosi N_A) i tylko jeden poziom donorowy E_D (przy czym koncentracja donorów wynosi N_D).

Definiujemy **stopień kompensacji** jako

$$\kappa = \frac{N_A}{N_D} . \quad (76)$$

Półprzewodniki typu n i p

Zakładamy, że w przerwie energetycznej półprzewodnika domieszkowanego występuje tylko jeden poziom akceptorowy E_A (przy czym koncentracja akceptorów wynosi N_A) i tylko jeden poziom donorowy E_D (przy czym koncentracja donorów wynosi N_D).

Definiujemy **stopień kompensacji** jako

$$\kappa = \frac{N_A}{N_D} . \quad (76)$$

Jeżeli $\kappa = 1$, to mówimy, że półprzewodnik jest **skompensowany**.

Półprzewodniki typu n i p

Zakładamy, że w przerwie energetycznej półprzewodnika domieszkowanego występuje tylko jeden poziom akceptorowy E_A (przy czym koncentracja akceptorów wynosi N_A) i tylko jeden poziom donorowy E_D (przy czym koncentracja donorów wynosi N_D).

Definiujemy **stopień kompensacji** jako

$$\kappa = \frac{N_A}{N_D} . \quad (76)$$

Jeżeli $\kappa = 1$, to mówimy, że półprzewodnik jest **skompensowany**. W praktyce w półprzewodniku skompensowanym $\kappa \simeq 1$.

Jeżeli $\kappa < 1$, czyli $N_D > N_A$, to mamy do czynienia z **półprzewodnikiem typu n**.

Jeżeli $\kappa < 1$, czyli $N_D > N_A$, to mamy do czynienia z **półprzewodnikiem typu n**.

Jeżeli natomiast $\kappa > 1$, czyli $N_A > N_D$, to mamy do czynienia z **półprzewodnikiem typu p**.

Stany ładunkowe domieszek

Stany ładunkowe domieszek

Pojedyncze donory i akceptory mogą występować w następujących stanach ładunkowych:

Stany ładunkowe domieszek

Pojedyncze donory i akceptory mogą występować w następujących stanach ładunkowych:

- ▶ D^0 = obojętny elektrycznie stan donorowy (obsadzony przez elektron)

Stany ładunkowe domieszek

Pojedyncze donory i akceptory mogą występować w następujących stanach ładunkowych:

- ▶ D^0 = obojętny elektrycznie stan donorowy (obsadzony przez elektron)
- ▶ D^+ = dodatnio naładowany stan donorowy (nieobsadzone przez elektron centrum donorowe)

Stany ładunkowe domieszek

Pojedyncze donory i akceptory mogą występować w następujących stanach ładunkowych:

- ▶ D^0 = obojętny elektrycznie stan donorowy (obsadzony przez elektron)
- ▶ D^+ = dodatnio naładowany stan donorowy (nieobsadzone przez elektron centrum donorowe)
- ▶ A^0 = obojętny elektrycznie stan akceptorowy (obsadzony przez dziurę, czyli nieobsadzony przez elektron)

Stany ładunkowe domieszek

Pojedyncze donory i akceptory mogą występować w następujących stanach ładunkowych:

- ▶ D^0 = obojętny elektrycznie stan donorowy (obsadzony przez elektron)
- ▶ D^+ = dodatnio naładowany stan donorowy (nieobsadzone przez elektron centrum donorowe)
- ▶ A^0 = obojętny elektrycznie stan akceptorowy (obsadzony przez dziurę, czyli nieobsadzony przez elektron)
- ▶ A^- = ujemnie naładowany stan akceptorowy (centrum akceptorowe obsadzone przez elektron, czyli nieobsadzone przez dziurę)

Stany ładunkowe domieszek

Pojedyncze donory i akceptory mogą występować w następujących stanach ładunkowych:

- ▶ D^0 = obojętny elektrycznie stan donorowy (obsadzony przez elektron)
- ▶ D^+ = dodatnio naładowany stan donorowy (nieobsadzone przez elektron centrum donorowe)
- ▶ A^0 = obojętny elektrycznie stan akceptorowy (obsadzony przez dziurę, czyli nieobsadzony przez elektron)
- ▶ A^- = ujemnie naładowany stan akceptorowy (centrum akceptorowe obsadzone przez elektron, czyli nieobsadzone przez dziurę)

Ponadto w półprzewodnikach mogą się tworzyć podwójnie naładowane centra, np. D^- , czyli pojedyncze centrum donorowe wiążące dwa elektrony (analog jonu H^-), i A^+ (pojedyncze centrum akceptorowe wiążące dwie dziury).

Przypadek $T = 0$

Przypadek $T = 0$

Półprzewodnik typu n

Przypadek $T = 0$

Półprzewodnik typu n

W półprzewodniku typu n zachodzi nierówność $N_D > N_A$.

Przypadek $T = 0$

Półprzewodnik typu n

W półprzewodniku typu n zachodzi nierówność $N_D > N_A$. W tym przypadku występuje następujące obsadzenie przez elektrony stanów domieszkowych:

Przypadek $T = 0$

Półprzewodnik typu n

W półprzewodniku typu n zachodzi nierówność $N_D > N_A$. W tym przypadku występuje następujące obsadzenie przez elektrony stanów domieszkowych:
wszystkie stany akceptorowe są obsadzone przez elektrony, czyli są to stany A^- ,

Przypadek $T = 0$

Półprzewodnik typu n

W półprzewodniku typu n zachodzi nierówność $N_D > N_A$. W tym przypadku występuje następujące obsadzenie przez elektrony stanów domieszkowych:

wszystkie stany akceptorowe są obsadzone przez elektrony, czyli są to stany A^- , natomiast równa im liczba stanów donorowych jest przez elektrony nieobsadzona, czyli są to stany D^+ o koncentracji $N_{D^+} = N_A$.

Przypadek $T = 0$

Półprzewodnik typu n

W półprzewodniku typu n zachodzi nierówność $N_D > N_A$. W tym przypadku występuje następujące obsadzenie przez elektrony stanów domieszkowych:

wszystkie stany akceptorowe są obsadzone przez elektrony, czyli są to stany A^- , natomiast równa im liczba stanów donorowych jest przez elektrony nieobsadzona, czyli są to stany D^+ o koncentracji $N_{D^+} = N_A$.

Elektrony z tych stanów donorowych zapełniają stany akceptorowe.

Przypadek $T = 0$

Półprzewodnik typu n

W półprzewodniku typu n zachodzi nierówność $N_D > N_A$. W tym przypadku występuje następujące obsadzenie przez elektrony stanów domieszkowych:

wszystkie stany akceptorowe są obsadzone przez elektrony, czyli są to stany A^- , natomiast równa im liczba stanów donorowych jest przez elektrony nieobsadzona, czyli są to stany D^+ o koncentracji $N_{D^+} = N_A$.

Elektrony z tych stanów donorowych zapełniają stany akceptorowe. Pozostałe donory są elektrycznie neutralne i tworzą stany D^0 o koncentracji

Przypadek $T = 0$

Półprzewodnik typu n

W półprzewodniku typu n zachodzi nierówność $N_D > N_A$. W tym przypadku występuje następujące obsadzenie przez elektrony stanów domieszkowych:

wszystkie stany akceptorowe są obsadzone przez elektrony, czyli są to stany A^- , natomiast równa im liczba stanów donorowych jest przez elektrony nieobsadzona, czyli są to stany D^+ o koncentracji $N_{D^+} = N_A$.

Elektrony z tych stanów donorowych zapełniają stany akceptorowe. Pozostałe donory są elektrycznie neutralne i tworzą stany D^0 o koncentracji

$$N_{D^0} = N_D - N_A . \quad (77)$$

Donory w stanach D^0 mogą dostarczać elektrony do pasma przewodnictwa, np. wskutek wzbudzeń polem elektrycznym.

Donory w stanach D^0 mogą dostarczać elektrony do pasma przewodnictwa, np. wskutek wzbudzeń polem elektrycznym. Zatem w półprzewodniku typu n będzie dominował prąd elektronowy.

Donory w stanach D^0 mogą dostarczać elektrony do pasma przewodnictwa, np. wskutek wzbudzeń polem elektrycznym. Zatem w półprzewodniku typu n będzie dominował prąd elektronowy. Mówimy, że elektrony są **większościowymi nośnikami ładunku**.

Donory w stanach D^0 mogą dostarczać elektrony do pasma przewodnictwa, np. wskutek wzbudzeń polem elektrycznym. Zatem w półprzewodniku typu n będzie dominował prąd elektronowy. Mówimy, że elektrony są **większościowymi nośnikami ładunku**.

W tym przypadku zachodzą równości

$$\mu = \mu_0 = E_F^0 = E_D , \quad (78)$$

Donory w stanach D^0 mogą dostarczać elektrony do pasma przewodnictwa, np. wskutek wzbudzeń polem elektrycznym. Zatem w półprzewodniku typu n będzie dominował prąd elektronowy. Mówimy, że elektrony są **większościowymi nośnikami ładunku**.

W tym przypadku zachodzą równości

$$\mu = \mu_0 = E_F^0 = E_D , \quad (78)$$

czyli quasi-poziom Fermiego identyfikujemy z poziomem donorowym E_D .

Półprzewodnik typu p

Półprzewodnik typu p

W półprzewodniku typu p $N_A > N_D$, co prowadzi do następującego obsadzenia przez elektrony stanów domieszkowych:

Półprzewodnik typu p

W półprzewodniku typu p $N_A > N_D$, co prowadzi do następującego obsadzenia przez elektrony stanów domieszkowych:

wszystkie stany donorowe są nieobsadzone przez elektrony tworząc stany D^+ , natomiast równa im liczba stanów akceptorowych jest obsadzona przez elektrony tworząc stany A^- o koncentracji $N_{A^-} = N_D$.

Pozostałe akceptory są elektrycznie neutralne tworząc stany A^0
o koncentracji

Pozostałe akceptory są elektrycznie neutralne tworząc stany A^0
o koncentracji

$$N_{A^0} = N_A - N_D . \quad (79)$$

Pozostałe akceptory są elektrycznie neutralne tworząc stany A^0 o koncentracji

$$N_{A^0} = N_A - N_D . \quad (79)$$

Akceptory w stanach A^0 mogą przyjmować elektrony z pasma walencyjnego, co prowadzi do powstawania dziur w tym pasmie.

Pozostałe akceptory są elektrycznie neutralne tworząc stany A^0 o koncentracji

$$N_{A^0} = N_A - N_D . \quad (79)$$

Akceptory w stanach A^0 mogą przyjmować elektrony z pasma walencyjnego, co prowadzi do powstawania dziur w tym pasmie. Tak więc w półprzewodniku typu p dominuje **prąd dziurowy (większościowymi nośnikami ładunku są dziury)**.

Pozostałe akceptory są elektrycznie neutralne tworząc stany A^0 o koncentracji

$$N_{A^0} = N_A - N_D . \quad (79)$$

Akceptory w stanach A^0 mogą przyjmować elektrony z pasma walencyjnego, co prowadzi do powstawania dziur w tym pasmie. Tak więc w półprzewodniku typu p dominuje **prąd dziurowy (większościowymi nośnikami ładunku są dziury)**.

W tym przypadku zachodzą równości

$$\mu = \mu_0 = E_F^0 = E_A , \quad (80)$$

czyli quasi-poziom Fermiego identyfikujemy z poziomem akceptorowym E_A .

Przypadek $T > 0$

Przypadek $T > 0$

W odróżnieniu od przypadku $T = 0$ w temperaturze $T > 0$ dla każdego typu półprzewodnika domieszkowanego koncentracje zjonizowanych akceptorów (N_{A^-}) i donorów (N_{D^+}) na ogół się różnią, czyli

Przypadek $T > 0$

W odróżnieniu od przypadku $T = 0$ w temperaturze $T > 0$ dla każdego typu półprzewodnika domieszkowanego koncentracje zjonizowanych akceptorów (N_{A^-}) i donorów (N_{D^+}) na ogół się różnią, czyli

$$N_{A^-} \neq N_{D^+} . \quad (81)$$

Przypadek $T > 0$

W odróżnieniu od przypadku $T = 0$ w temperaturze $T > 0$ dla każdego typu półprzewodnika domieszkowanego koncentracje zjonizowanych akceptorów (N_{A^-}) i donorów (N_{D^+}) na ogół się różnią, czyli

$$N_{A^-} \neq N_{D^+} . \quad (81)$$

Ponieważ jednak cały półprzewodnik jest elektrycznie obojętny, możemy sformułować **warunek neutralności elektrycznej** w postaci

Przypadek $T > 0$

W odróżnieniu od przypadku $T = 0$ w temperaturze $T > 0$ dla każdego typu półprzewodnika domieszkowanego koncentracje zjonizowanych akceptorów (N_{A^-}) i donorów (N_{D^+}) na ogół się różnią, czyli

$$N_{A^-} \neq N_{D^+} . \quad (81)$$

Ponieważ jednak cały półprzewodnik jest elektrycznie obojętny, możemy sformułować **warunek neutralności elektrycznej** w postaci

$$(n + N_{A^-})(-e) + (p + N_{D^+})(+e) = 0 , \quad (82)$$

Przypadek $T > 0$

W odróżnieniu od przypadku $T = 0$ w temperaturze $T > 0$ dla każdego typu półprzewodnika domieszkowanego koncentracje zjonizowanych akceptorów (N_{A^-}) i donorów (N_{D^+}) na ogół się różnią, czyli

$$N_{A^-} \neq N_{D^+} . \quad (81)$$

Ponieważ jednak cały półprzewodnik jest elektrycznie obojętny, możemy sformułować **warunek neutralności elektrycznej** w postaci

$$(n + N_{A^-})(-e) + (p + N_{D^+})(+e) = 0 , \quad (82)$$

gdzie $e > 0$ jest ładunkiem elementarnym.

Przypadek $T > 0$

W odróżnieniu od przypadku $T = 0$ w temperaturze $T > 0$ dla każdego typu półprzewodnika domieszkowanego koncentracje zjonizowanych akceptorów (N_{A^-}) i donorów (N_{D^+}) na ogół się różnią, czyli

$$N_{A^-} \neq N_{D^+} . \quad (81)$$

Ponieważ jednak cały półprzewodnik jest elektrycznie obojętny, możemy sformułować **warunek neutralności elektrycznej** w postaci

$$(n + N_{A^-})(-e) + (p + N_{D^+})(+e) = 0 , \quad (82)$$

gdzie $e > 0$ jest ładunkiem elementarnym.

Otrzymujemy stąd użyteczną postać warunku neutralności elektrycznej

$$n + N_{A^-} = p + N_{D^+} . \quad (83)$$

Półprzewodnik typu n w temperaturze $T > 0$

Półprzewodnik typu n w temperaturze $T > 0$

Większościowymi nośnikami ładunku są elektrony pochodzące ze stanów donorowych D^0 , które uległy jonizacji termicznej.

Półprzewodnik typu n w temperaturze $T > 0$

Większościowymi nośnikami ładunku są elektrony pochodzące ze stanów donorowych D^0 , które uległy jonizacji termicznej. Dla półprzewodnika niezdegenerowanego zachodzi

$$n = n_c e^{-\beta(E_c - \mu)} . \quad (84)$$

Półprzewodnik typu n w temperaturze $T > 0$

Większościowymi nośnikami ładunku są elektrony pochodzące ze stanów donorowych D^0 , które uległy jonizacji termicznej. Dla półprzewodnika niezdegenerowanego zachodzi

$$n = n_c e^{-\beta(E_c - \mu)} . \quad (84)$$

Ponadto w niskich temperaturach można przyjąć, że

$$\mu \simeq E_D . \quad (85)$$

Definiujemy odległość energetyczną poziomu donorowego od dna pasma przewodnictwa jako $\Delta E_D \stackrel{def}{=} E_c - E_D$.

Definiujemy odległość energetyczną poziomu donorowego od dna pasma przewodnictwa jako $\Delta E_D \stackrel{def}{=} E_c - E_D$. Zgodnie z (85) można tę wielkość przybliżyć przez

$$\Delta E_D \simeq E_c - \mu . \quad (86)$$

Definiujemy odległość energetyczną poziomu donorowego od dna pasma przewodnictwa jako $\Delta E_D \stackrel{def}{=} E_c - E_D$. Zgodnie z (85) można tę wielkość przybliżyć przez

$$\Delta E_D \simeq E_c - \mu . \quad (86)$$

Zatem

$$n \simeq n_c e^{-\Delta E_D / (k_B T)} . \quad (87)$$

Definiujemy odległość energetyczną poziomu donorowego od dna pasma przewodnictwa jako $\Delta E_D \stackrel{def}{=} E_c - E_D$. Zgodnie z (85) można tę wielkość przybliżyć przez

$$\Delta E_D \simeq E_c - \mu . \quad (86)$$

Zatem

$$n \simeq n_c e^{-\Delta E_D / (k_B T)} . \quad (87)$$

Ponieważ $\Delta E_D > 0$, a zatem własność (87) oznacza, że koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa rośnie wraz ze wzrostem temperatury.

Półprzewodnik typu p w temperaturze $T > 0$

Półprzewodnik typu p w temperaturze $T > 0$

W tym przypadku większościami nośnikami ładunku są dziury, które powstają wskutek wzbudzeń termicznych elektronów z pasma walencyjnego do stanów akceptorowych A^0 .

Półprzewodnik typu p w temperaturze $T > 0$

W tym przypadku większościami nośnikami ładunku są dziury, które powstają wskutek wzbudzeń termicznych elektronów z pasma walencyjnego do stanów akceptorowych A^0 . Wytwarzane są przy tych wzbudzeniach centra A^- .

Podobnie jak dla elektronów otrzymujemy w niskich temperaturach

$$\mu \simeq E_A \quad (88)$$

Podobnie jak dla elektronów otrzymujemy w niskich temperaturach

$$\mu \simeq E_A \quad (88)$$

oraz

$$p \simeq p_v e^{-\Delta E_A / (k_B T)} , \quad (89)$$

Podobnie jak dla elektronów otrzymujemy w niskich temperaturach

$$\mu \simeq E_A \quad (88)$$

oraz

$$p \simeq p_v e^{-\Delta E_A / (k_B T)}, \quad (89)$$

gdzie odległość energetyczną poziomu akceptorowego od wierzchołka pasma walencyjnego

$$\Delta E_A \stackrel{def}{=} E_A - E_v \quad (90)$$

Podobnie jak dla elektronów otrzymujemy w niskich temperaturach

$$\mu \simeq E_A \quad (88)$$

oraz

$$p \simeq p_v e^{-\Delta E_A / (k_B T)}, \quad (89)$$

gdzie odległość energetyczną poziomu akceptorowego od wierzchołka pasma walencyjnego

$$\Delta E_A \stackrel{def}{=} E_A - E_v \quad (90)$$

przybliżyliśmy następująco: $\Delta E_A \simeq \mu - E_v$.

Podobnie jak dla elektronów otrzymujemy w niskich temperaturach

$$\mu \simeq E_A \quad (88)$$

oraz

$$p \simeq p_v e^{-\Delta E_A / (k_B T)}, \quad (89)$$

gdzie odległość energetyczną poziomu akceptorowego od wierzchołka pasma walencyjnego

$$\Delta E_A \stackrel{def}{=} E_A - E_v \quad (90)$$

przybliżyliśmy następująco: $\Delta E_A \simeq \mu - E_v$.

Ponieważ $\Delta E_A > 0$, własność (89) pokazuje, że koncentracja dziur w pasmie walencyjnym rośnie wraz ze wzrostem temperatury.