

X.
KRYTERIA
REALIZOWALNOŚCI
FIZYCZNEJ OBLICZEŃ
KWANTOWYCH

Kryteria di Vincenzo

Gromadzenie i przekształcanie informacji kwantowej są procesami bardzo subtelnymi ("kruchymi"), których realizacja wymaga, aby układ fizyczny spełniał trudne warunki, zwane **kryteriami di Vincenzo**.

Kryterium I

Kryterium I

W układzie fizycznym musi istnieć możliwość wytworzenia dobrze zdefiniowanych kubitów.

Przykłady kubitów

Przykłady kubitów

- ▶ stany spinowe elektronu

Przykłady kubitów

- ▶ stany spinowe elektronu
- ▶ stany polaryzacji fotonu

Przykłady kubitów

- ▶ stany spinowe elektronu
- ▶ stany polaryzacji fotonu
- ▶ stany związane w atomie naturalnym lub sztucznym (kropce kwantowej)

Kryterium II

Kryterium II

W układzie fizycznym musi istnieć możliwość spreparowania układu wielu kubitów tak, aby każdy kubit znajdował się w stanie początkowym $|0\rangle$.

Kryterium II

W układzie fizycznym musi istnieć możliwość spreparowania układu wielu kubitów tak, aby każdy kubit znajdował się w stanie początkowym $|0\rangle$.

\implies Przygotowanie stanu początkowego (na ogół jest to stan podstawowy układu).

Kryterium III[†]

Kryterium III[†]

Kubity muszą posiadać wystarczająco długi czas życia T_1 tak, aby nie uległy rozpadowi w trakcie obliczeń.

† Zwykle czas życia T_1 jest dłuższy niż czas koherencji T_2 , a zatem kryterium III przeformułujemy dla czasu koherencji.

Kryterium III

Kryterium III

Kubity muszą posiadać wystarczająco długi czas koherencji T_2 tak, aby stany kwantowe pozostawały koherentne w trakcie obliczeń.

Kryterium IV

Kryterium IV

Musi istnieć możliwość wykonywania kontrolowanych operacji logicznych na kubitach.

Kryterium IV

Musi istnieć możliwość wykonywania kontrolowanych operacji logicznych na kubitach.

W układzie fizycznym musi istnieć możliwość realizacji kwantowych bramek logicznych należących do **uniwersalnego zbioru kwantowych bramek logicznych**.

Kryterium IV

Musi istnieć możliwość wykonywania kontrolowanych operacji logicznych na kubitach.

W układzie fizycznym musi istnieć możliwość realizacji kwantowych bramek logicznych należących do **uniwersalnego zbioru kwantowych bramek logicznych**.

Zbiór ten zawiera bramki jednokubitowe i dwukubitową bramkę CNOT.

Kryterium V

Kryterium V

Musi istnieć efektywna procedura mierzenia stanu końcowego kubitów po wykonaniu obliczeń.

Kryterium V

Musi istnieć efektywna procedura mierzenia stanu końcowego kubitów po wykonaniu obliczeń.

\implies **Odczyt wyników.**

Kryterium VI

Kryterium VI

Układ fizyczny musi być **skalowalny**, tzn. musi istnieć możliwość wytworzenia liczby kubitów wystarczająco dużej do wykonania zadanych obliczeń.

Rozpad i dekoherencja kubitów

Oddziaływanie z otoczeniem

Oddziaływanie z otoczeniem

(1) z jednej strony prowadzi do dekoherencji kubitów,

Oddziaływanie z otoczeniem

- (1) z jednej strony prowadzi do dekoherencji kubitów,
- (2) z drugiej strony jest konieczne do zapisu/odczytu kubitów.

Oddziaływanie z otoczeniem

- (1) z jednej strony prowadzi do dekoherencji kubitów,
- (2) z drugiej strony jest konieczne do zapisu/odczytu kubitów.

(2) \implies Oddziaływania z otoczeniem nie można wyeliminować,

Oddziaływanie z otoczeniem

- (1) z jednej strony prowadzi do dekoherencji kubitów,
- (2) z drugiej strony jest konieczne do zapisu/odczytu kubitów.

(2) \implies Oddziaływania z otoczeniem nie można wyeliminować, a zatem dekoherencja kubitów będzie występować w każdym komputerze kwantowym.

Liczba N_{op} kwantowych operacji logicznych o czasie wykonania pojedynczej operacji T_{op}

Liczba N_{op} kwantowych operacji logicznych o czasie wykonania pojedynczej operacji T_{op}

$$N_{op} = \frac{T_2}{T_{op}} \quad (1)$$

Liczba N_{op} kwantowych operacji logicznych o czasie wykonania pojedynczej operacji T_{op}

$$N_{op} = \frac{T_2}{T_{op}} \quad (1)$$

możliwych do realizacji w czasie koherencji T_2 jest ważnym parametrem, charakteryzującym przyszły komputer kwantowy.

Liczba N_{op} kwantowych operacji logicznych o czasie wykonania pojedynczej operacji T_{op}

$$N_{op} = \frac{T_2}{T_{op}} \quad (1)$$

możliwych do realizacji w czasie koherencji T_2 jest ważnym parametrem, charakteryzującym przyszły komputer kwantowy. Liczba ta powinna być możliwie duża,

Liczba N_{op} kwantowych operacji logicznych o czasie wykonania pojedynczej operacji T_{op}

$$N_{op} = \frac{T_2}{T_{op}} \quad (1)$$

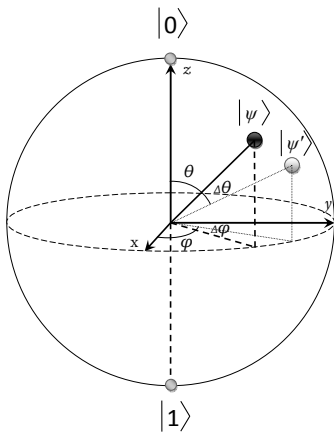
możliwych do realizacji w czasie koherencji T_2 jest ważnym parametrem, charakteryzującym przyszły komputer kwantowy. Liczba ta powinna być możliwie duża, co oznacza, że

$$N_{op} \simeq 10^3 \div 10^4 .$$

Interpretacja geometryczna procesów rozpadu i dekoherencji kubitów

Interpretacja geometryczna procesów rozpadu i dekoherencji kubitów

Zobrazowanie kubitów za pomocą sfery Blocha umożliwia podanie interpretacji geometrycznej procesów rozpadu i dekoherencji kubitów.



Interpretacja geometryczna procesów rozpadu i dekoherencji kubitów na sferze Blocha.

Czas życia, czas relaksacji podłużnej T_1 odpowiada
obrotowi wektora Blocha w kierunku południkowym,

Czas życia, czas relaksacji podłużnej T_1 odpowiada obrotowi wektora Blocha w kierunku południkowym, czyli koniec wektora Blocha porusza się po łuku łączącym dwa bieguny od bieguna północnego do południowego lub odwrotnie.

Czas życia, czas relaksacji podłużnej T_1 odpowiada obrotowi wektora Blocha w kierunku południkowym, czyli koniec wektora Blocha porusza się po łuku łączącym dwa bieguny od bieguna północnego do południowego lub odwrotnie. Inaczej: podczas relaksacji następuje obrót o kąt $\Delta\theta$.

Czas koherencji, czas relaksacji poprzecznej T_2
odpowiada obrotowi wektora Blocha w kierunku
równoleżnikowym,

Czas koherencji, czas relaksacji poprzecznej T_2

odpowiada obrotowi wektora Blocha w kierunku równoleżnikowym, czyli koniec wektora Blocha porusza się po równiku lub po łukach równoległych do niego.

Czas koherencji, czas relaksacji poprzecznej T_2

odpowiada obrotowi wektora Blocha w kierunku równoleżnikowym, czyli koniec wektora Blocha porusza się po równiku lub po łukach równoległych do niego.

Inaczej: podczas dekoherencji następuje obrót o kąt $\Delta\varphi$.

Czas koherencji, czas relaksacji poprzecznej T_2

odpowiada obrotowi wektora Blocha w kierunku równoleżnikowym, czyli koniec wektora Blocha porusza się po równiku lub po łukach równoległych do niego.

Inaczej: podczas dekoherencji następuje obrót o kąt $\Delta\varphi$.

Proces dekoherencji nazywany jest często **procesem defazacji**.

Pojęcia czasów relaksacji podłużnej i poprzecznej są używane w teorii **magnetycznego rezonansu jądrowego** do opisu zmian wektora spinu.

Model opisujący sprzężenie kubitów z otoczeniem

Rozważamy prosty model opisujący takie sprzężenie kubitów z otoczeniem, które prowadzi do dekoherencji.

Rozważamy prosty model opisujący takie sprzężenie kubit z otoczeniem, które prowadzi do dekoherencji.
Powiedzmy, że kubit zdefiniowany jest za pomocą stanów bazy $|0\rangle_A, |1\rangle_A$, które są stanami kwantowymi układu A .

Rozważamy prosty model opisujący takie sprzężenie kubitów z otoczeniem, które prowadzi do dekoherencji.

Powiedzmy, że kubit zdefiniowany jest za pomocą stanów bazy $|0\rangle_A, |1\rangle_A$, które są stanami kwantowymi układu A . Zakładamy, że stany bazy $|0\rangle_A, |1\rangle_A$ nie ulegają zmianie wskutek oddziaływania z otoczeniem.

Rozważamy prosty model opisujący takie sprzężenie kubitów z otoczeniem, które prowadzi do dekoherencji.

Powiedzmy, że kubit zdefiniowany jest za pomocą stanów bazy $|0\rangle_A, |1\rangle_A$, które są stanami kwantowymi układu A . Zakładamy, że stany bazy $|0\rangle_A, |1\rangle_A$ nie ulegają zmianie wskutek oddziaływania z otoczeniem.

Natomiast zmieniają się stany otoczenia ($|0\rangle_E, |1\rangle_E, |2\rangle_E, \dots$).

Jeżeli kubit był w stanie $|0\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi – po bardzo krótkim czasie $\Delta t \ll T_2$ – do stanu $|1\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p .

Jeżeli kubit był w stanie $|0\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi – po bardzo krótkim czasie $\Delta t \ll T_2$ – do stanu $|1\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p .
Jeżeli natomiast kubit był w stanie $|1\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi do stanu $|2\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p .

Jeżeli kubit był w stanie $|0\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi – po bardzo krótkim czasie $\Delta t \ll T_2$ – do stanu $|1\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p .
Jeżeli natomiast kubit był w stanie $|1\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi do stanu $|2\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p .
Przejścia te opisane są następująco:

Jeżeli kubit był w stanie $|0\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi – po bardzo krótkim czasie $\Delta t \ll T_2$ – do stanu $|1\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p . Jeżeli natomiast kubit był w stanie $|1\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi do stanu $|2\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p . Przejścia te opisane są następująco:

$$|0\rangle_A \otimes |0\rangle_E \longrightarrow \sqrt{1-p} |0\rangle_A \otimes |0\rangle_E + \sqrt{p} |0\rangle_A \otimes |1\rangle_E, \quad (2)$$

Jeżeli kubit był w stanie $|0\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi – po bardzo krótkim czasie $\Delta t \ll T_2$ – do stanu $|1\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p . Jeżeli natomiast kubit był w stanie $|1\rangle_A$, to otoczenie znajdujące się początkowo w stanie $|0\rangle_E$ przechodzi do stanu $|2\rangle_E$ z prawdopodobieństwem p . Przejścia te opisane są następująco:

$$|0\rangle_A \otimes |0\rangle_E \longrightarrow \sqrt{1-p} |0\rangle_A \otimes |0\rangle_E + \sqrt{p} |0\rangle_A \otimes |1\rangle_E, \quad (2)$$

$$|1\rangle_A \otimes |0\rangle_E \longrightarrow \sqrt{1-p} |1\rangle_A \otimes |0\rangle_E + \sqrt{p} |1\rangle_A \otimes |2\rangle_E. \quad (3)$$

Stan początkowy całego układu $A + E$ ma postać

Stan początkowy całego układu $A + E$ ma postać

$$|\Psi_0\rangle = (\lambda|0\rangle_A + \mu|1\rangle_A) \otimes |0\rangle_E , \quad (4)$$

Stan początkowy całego układu $A + E$ ma postać

$$|\Psi_0\rangle = (\lambda|0\rangle_A + \mu|1\rangle_A) \otimes |0\rangle_E , \quad (4)$$

przy czym $|\lambda|^2 + |\mu|^2 = 1$.

Macierz gęstości dla stanu początkowego układu A ma postać

Macierz gęstości dla stanu początkowego układu A ma postać

$$\varrho_A^{(0)} = \begin{pmatrix} \varrho_{00} & \varrho_{01} \\ \varrho_{10} & \varrho_{11} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

Macierz gęstości dla stanu początkowego układu A ma postać

$$\varrho_A^{(0)} = \begin{pmatrix} \varrho_{00} & \varrho_{01} \\ \varrho_{10} & \varrho_{11} \end{pmatrix}, \quad (5)$$

gdzie

$$\varrho_{00} = |\lambda|^2, \quad \varrho_{11} = |\mu|^2, \quad \varrho_{01} = \lambda\mu^*, \quad \varrho_{10} = \lambda^*\mu. \quad (6)$$

W wyniku transformacji opisanej wzorami (2) i (3) macierz gęstości układu A przyjmuje postać

W wyniku transformacji opisanej wzorami (2) i (3) macierz gęstości układu A przyjmuje postać

$$\varrho_A^{(1)} = \begin{pmatrix} \varrho_{00} & (1-p)\varrho_{01} \\ (1-p)\varrho_{10} & \varrho_{11} \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Po upływie czasu $t = n\Delta t$ [po n transformacjach (2) i (3)]
otrzymujemy macierz gęstości o postaci

Po upływie czasu $t = n\Delta t$ [po n transformacjach (2) i (3)] otrzymujemy macierz gęstości o postaci

$$\varrho_A^{(n)} = \begin{pmatrix} \varrho_{00} & (1-p)^n \varrho_{01} \\ (1-p)^n \varrho_{10} & \varrho_{11} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Prawdopodobieństwo p pojedynczego przejścia można wyrazić jako

Prawdopodobieństwo p pojedynczego przejścia można wyrazić jako

$$p = \Gamma \Delta t , \quad (9)$$

Prawdopodobieństwo p pojedynczego przejścia można wyrazić jako

$$p = \Gamma \Delta t , \quad (9)$$

gdzie Γ oznacza szybkość przejść, czyli prawdopodobieństwo przejścia na jednostkę czasu.

Prawdopodobieństwo p pojedynczego przejścia można wyrazić jako

$$p = \Gamma \Delta t , \quad (9)$$

gdzie Γ oznacza szybkość przejść, czyli prawdopodobieństwo przejścia na jednostkę czasu.

Jeżeli obserwujemy ewolucję kubitów w czasie t , gdzie $t = n\Delta t$, to dla $n \rightarrow \infty$, czyli dla $\Delta t \rightarrow 0$, otrzymujemy

Prawdopodobieństwo p pojedynczego przejścia można wyrazić jako

$$p = \Gamma \Delta t , \quad (9)$$

gdzie Γ oznacza szybkość przejść, czyli prawdopodobieństwo przejścia na jednostkę czasu.

Jeżeli obserwujemy ewolucję kubitów w czasie t , gdzie $t = n\Delta t$, to dla $n \rightarrow \infty$, czyli dla $\Delta t \rightarrow 0$, otrzymujemy

$$\varrho_{01}(t) = \varrho_{01}(1 - \Gamma \Delta t)^{t/\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \rightarrow 0} \varrho_{01} e^{-\Gamma t} . \quad (10)$$

Wynika stąd końcowa postać macierzy gęstości

Wynika stąd końcowa postać macierzy gęstości

$$\varrho_A(t) = \begin{pmatrix} \varrho_{00} & \varrho_{01}e^{-\Gamma t} \\ \varrho_{10}e^{-\Gamma t} & \varrho_{11} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Czas koherencji można wyrazić jako

Czas koherencji można wyrazić jako

$$T_2 = \frac{1}{\Gamma} . \quad (12)$$

Czas koherencji można wyrazić jako

$$T_2 = \frac{1}{\Gamma} . \quad (12)$$

Końcową postać (11) macierzy gęstości możemy wyrazić jako

Czas koherencji można wyrazić jako

$$T_2 = \frac{1}{\Gamma} . \quad (12)$$

Końcową postać (11) macierzy gęstości możemy wyrazić jako

$$\rho_A(t) = \begin{pmatrix} \rho_{00} & \rho_{01}e^{-t/T_2} \\ \rho_{10}e^{-t/T_2} & \rho_{11} \end{pmatrix} . \quad (13)$$

Po upływie odpowiednio długiego czasu t ($t \rightarrow \infty$) macierz gęstości (13) staje się diagonalna, czyli

Po upływie odpowiednio długiego czasu t ($t \rightarrow \infty$) macierz gęstości (13) staje się diagonalna, czyli

$$\varrho(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} \begin{pmatrix} \varrho_{00} & 0 \\ 0 & \varrho_{11} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Uwzględniając postać macierzy gęstości (5) możemy zapisać wzór (14) jako

Uwzględniając postać macierzy gęstości (5) możemy zapisać wzór (14) jako

$$\varrho(t) = \begin{pmatrix} |\lambda|^2 & 0 \\ 0 & |\mu|^2 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Ewolucja układu $A + E$ ze stanu początkowego (4) o macierzy gęstości (5) do stanu końcowego o macierzy gęstości (15) nie jest opisana operatorem unitarnym.

Ewolucja układu $A + E$ ze stanu początkowego (4) o macierzy gęstości (5) do stanu końcowego o macierzy gęstości (15) nie jest opisana operatorem unitarnym.

W wyniku dekoherencji stan początkowy rozpada się na mieszaninę (nie superpozycję) stanów $|0\rangle_A$ i $|1\rangle_A$,

Ewolucja układu $A + E$ ze stanu początkowego (4) o macierzy gęstości (5) do stanu końcowego o macierzy gęstości (15) nie jest opisana operatorem unitarnym.

W wyniku dekoherencji stan początkowy rozpada się na mieszaninę (nie superpozycję) stanów $|0\rangle_A$ i $|1\rangle_A$, która ma postać

$$|\lambda|^2|0\rangle_A + |\mu|^2|1\rangle_A . \quad (16)$$

Ewolucja układu $A + E$ ze stanu początkowego (4) o macierzy gęstości (5) do stanu końcowego o macierzy gęstości (15) nie jest opisana operatorem unitarnym.

W wyniku dekoherencji stan początkowy rozpada się na mieszaninę (nie superpozycję) stanów $|0\rangle_A$ i $|1\rangle_A$, która ma postać

$$|\lambda|^2|0\rangle_A + |\mu|^2|1\rangle_A . \quad (16)$$

Mieszania stanów (16) nie podlega interferencji kwantowej.