

DRGANIA I FALE

Nanoinżynieria materiałów, zestaw nr 1 - drgania harmoniczne swobodne układów pojedynczych mas.

- Masę $m = 100$ g położono na stole i przyczepiono do sprężynki o współczynniku sprężystości $k = 5$ N/cm i długości początkowej 10 cm. Sprężynka jest zamocowana do ściany. W chwili początkowej sprężynkę rozciągnięto o 2 cm i puszczono swobodnie. Wyprowadzić równanie ruchu masy, rozwiązać je i podać równanie wychYLENIA w zależności od czasu. Obliczyć zależność energii potencjalnej, kinetycznej i całkowitej od czasu. Tarcie zanedbujemy.
- Masa m jest zaczepiona w poziomie pomiędzy dwoma sprężynkami o współczynnikach k_1 i $k_2 = 2k_1$, całość układu ma długość L . Znaleźć położenie równowagi masy. Wyprowadzić równanie ruchu masy przesuniętej z położenia równowagi o A i puszczanej swobodnie. Obliczyć zależność energii potencjalnej i kinetycznej od czasu.
- Punkt o masie m może poruszać się tylko po prostej i jest przyczepiony do sprężyny zamocowanej w odległości L od prostej. Sprężyna o długości L jest naciągnięta siłą F . Znaleźć częstość drgań masy m . (Rys. 1)
- Wyprowadzić wzór na okres drgań wahadła matematycznego. Wahadło wychylono o kąt $\alpha_0 = 3$ stopnie i nadano mu w tym położeniu prędkość kątową $\omega_0 = 0.2$ 1/s. Obliczyć maksymalne wychylenie kątowe, maksymalną prędkość kątową i energię kinetyczną, jeżeli okres wahań jest równy $T = 2$ s. Obliczyć fazę początkową wahań.
- Sznurek, do którego umocowano ciało o masie m , jest przywiązany do deski, która wykonuje drgania harmoniczne o amplitudzie A w kierunku pionowym (Rys. 3). Jaka może być częstotliwość drgań, aby sznurek nie zerwał się, jeżeli wytrzymuje siłę N_0 ?
- Wyprowadzić wzór na okres drgań wahadła fizycznego w postaci pręta o długości l i masie m , zaczepionego w $1/5l$ od końca.
- Ciało o masie $m_1 = 50$ g poruszające się z prędkością $v = 0.5$ m/s zderza się całkowicie niesprężysto ze spoczywającym ciałem o masie $m_2 = 100$ g, przyczepionym do sprężynki o współczynniku $k = 5$ N/cm (Rys 2). Znaleźć:
a) okres drgań układu po zderzeniu
b) amplitudę drgań układu
- Ciało o masie m zostało pущone swobodnie do tunelu przewierconego przez środek Ziemi. Ułożyć i rozwiązać równanie ruchu tego ciała. Obliczyć prędkość ciała w momencie przechodzenia przez środek Ziemi i jej stosunek do I prędkości kosmicznej. Przyjąć że Ziemia jest jednorodną kulą o znanej masie M i promieniu R_z .
- Drewniana boja w kształcie walca o polu podstawy $S = 1$ m² i wysokości $h = 3$ m jest obciążona kawałkiem ołowiu o objętości $V_o = 0.1$ m³ i pływa w wodzie ($\rho_w = 1000$ kg/m³). Ile będzie wystawać ponad powierzchnię wody? Gęstość drewna $\rho_d = 500$ kg/m³, ołowiu $\rho_o = 11\,000$ kg/m³. Jaka będzie siła naciągu linki łączącej ołów i boję ? Boję zanurzono (w pionie) dodatkowo o 10 cm i puszczono. Znaleźć zależność położenia boi od czasu.
- Jednorodny walec o masie m i promieniu a toczy się wewnątrz nieruchomego walca o promieniu R . Znaleźć równanie ruchu dla walca wychylonego w chwili początkowej o kąt α_0 (Rys. 4). Obliczyć okres małych drgań walca. Wskazówka: obliczyć energię całkowitą walca w trakcie ruchu jako sumę energii ruchu obrotowego i postępowego. Ruch postępowy odbywa się po łuku okręgu, co wiąże jego prędkość z kątem wychYLENIA.

