

Zestaw 4

1. Wykazać, że operatory

(a)  $\hat{x} = x$  (kwantowy operator położenia)

(b)  $\hat{p} = -i\hbar \frac{d}{dx}$  (kwantowy operator pędu)

są hermitowskie w przestrzeni funkcji całkowalnych z kwadratem.

2. Obliczyć komutatory operatora pędu i położenia z hamiltonianem cząstki swobodnej ( $V = 0$ ). Co z tego wynika?

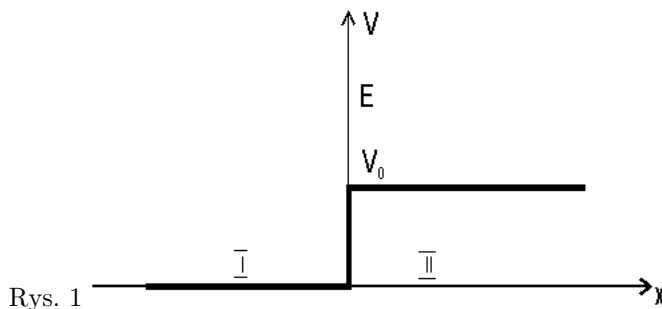
3. Wykazać, że jeśli 2 operatory mają wspólny układ funkcji własnych to ich komutator jest równy zero.

4. Znaleźć unormowane funkcje własne operatora pędu.

5. Rozwiązać 1-wymiarowe, zależne od czasu równanie Schrödingera dla cząstki swobodnej (separacja zmiennych  $t, x$ ).

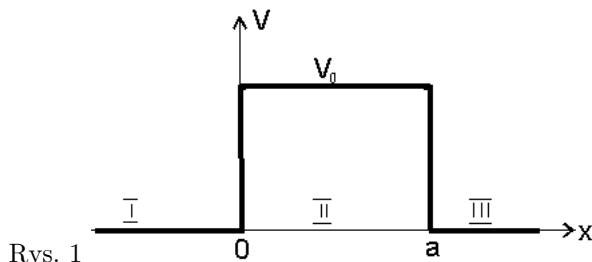
6. Gęstość prądu prawdopodobieństwa definiujemy jako:  $\vec{j}(\vec{r}, t) = \frac{i\hbar}{2m}(\psi \nabla \psi^* - \psi^* \nabla \psi)$ . Obliczyć gęstość prądu prawdopodobieństwa dla cząstki swobodnej o pędzie  $p$  (1D).

7. Cząstka o energii  $E$  pada na próg potencjału o wysokości  $V_0$  (Rys 1.). Oblicz współczynniki odbicia  $R = |j_{odb}/j_{pad}|$  i transmisji  $T = |j_{trans}/j_{pad}|$ . Jak współczynniki zależą od energii cząstki i wysokości progu? Rozważyć przypadki  $E < V_0$  i  $E > V_0$ . Narysować gęstość prawdopodobieństwa znalezienia cząstki w obszarze progu dla  $E < V_0$ . Co będzie dla  $E = V_0$  oraz  $E > 0, V_0 \ll 0$ ?



Rys. 1

8. *Baj, V.8* Znaleźć współczynnik transmisji i odbicia dla bariery (Rys 1.) dla  $E < V_0$ . Obliczyć prawdopodobieństwo przetunelowania przez barierę o  $V_0 = 2$  eV szerokości 1 Å dla elektronu i protonu o energiach 1 eV.



Rys. 1