

Zestaw 5

Cząstka o masie m znajduje się w nieskończonej, symetrycznej studni potencjału, rozciągającej się od $-L$ do L . Polecenia:

1. Rozwiązać równanie Schrödingera - znaleźć unormowane funkcje własne i odpowiadające im wartości własne. Obliczyć wartość liczbową energii dla stanu podstawowego elektronu w studni o szerokości $2 \text{ \AA}$.
2. Sprawdzić czy Hamiltonian komutuje z operatorem parzystości. Operator parzystości działa następująco: $\hat{P}\psi(\vec{r}) = \psi(-\vec{r})$. Czy funkcje własne hamiltonianu studni są funkcjami własnymi operatora parzystości?
3. Sprawdzić czy funkcje własne dla różnych wartości własnych są ortogonalne.
4. Znaleźć wartości oczekiwane położenia, pędu, kwadratu położenia i kwadratu pędu. Będą potrzebne różne całki oznaczone iloczynów funkcji $\cos()$ i $\sin()$ - dla zaoszczędzenia czasu można sobie pomóc poradnikiem matematycznym, komputerem, stroną www.wolframalpha.com lub plikiem z całkami do pobrania ze strony.
5. Z wyników poprzedniego podpunktu obliczyć wariancję i z niej nieoznaczoność położenia i pędu, sprawdzić czy spełniają zasadę nieoznaczoności.
6. Dla stanu podstawowego i szerokości studni $2 \text{ \AA}$ znaleźć obszar $(-b, b)$ w którym prawdopodobieństwo znalezienia cząstki wynosi $1/3$. Uzyskane równanie na b można łatwo rozwiązać graficznie np korzystając z gnuplota, albo strony www.wolframalpha.com.
7. Do studni wprowadzono cząstkę o funkcji falowej będącej superpozycją stanów własnych cząstki w studni: $\Psi(x) = 0.7\psi_1(x) + 0.3\psi_2(x)$, gdzie ψ_1 i ψ_2 są kolejnymi funkcjami własnymi. Unormować funkcję. Następnie dokonano serii pomiarów energii cząstki na identycznie przygotowanych stanach. Jakie wartości uzyskano i z jakim prawdopodobieństwem? Ile wynosi średnia energia cząstki?
8. *Podobne do Brojan zad. I.34 i I.37* Do studni wprowadzono cząstkę o funkcji falowej $\psi(x) = A \sin^2(\pi x/L)$. Obliczyć średnią energię kinetyczną cząstki w tym stanie. Rozwinąć funkcję w bazie stanów własnych studni. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w wyniku pomiaru energii uzyskamy wartość energii: a) stanu podstawowego, b) pierwszego stanu wzbudzonego.