



Równowaga Heidera czyli mitoza społeczna

Przemysław Gawronski
Krzysztof Kulakowski
WFIS AGH

plan

- Kilka słów o socjofizyce
- Tematyka: grupy i sieci
- Równowaga Heidera
- Skala Bogardusa
- Dynamika ciągła
- Wyniki dla grafów w pełni połączonych
- Sieci eksponencjalne i sieci Albert-Barabasi
- Wyniki dla sieci Albert-Barabasi
- Przykłady zastosowań
- Wnioski i perspektywy

Socjofizyka: konferencje i czasopisma

- Int. Conf. on Sociophysics, Bielefeld 2002
- I Ogólnopols. Symp. z Ekono- i Socjofizyki, W-wa 2004
- 8th Granada Seminar, Modeling Cooperative Behavior in the Social Sciences, Granada 2005
- Complexity, Science and Society, Liverpool 2005
- Physica A, Elsevier
- J. Artificial Societies and Social Simulations, Surrey
- Int. J. Modern Physics C, World Scientific
- Social Networks, Elsevier (socjologia)

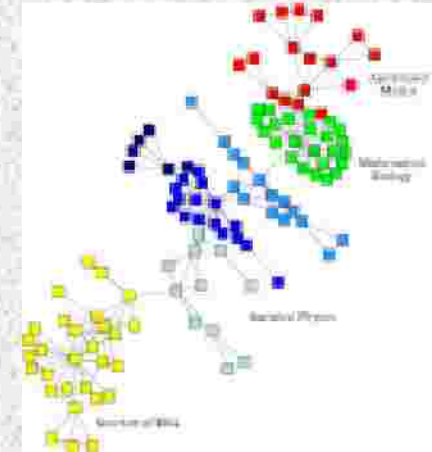
Socjofizyka: linki i ludzie

- Fizyka statystyczna (przejścia fazowe, SOC, ...)
 - Fizyka układów złożonych, dynamika nieliniowa
 - Symulacje komputerowe (> sztuczna inteligencja)
 - Socjologia matematyczna (> teoria gier), psychologia społeczna
 - Ekonomia (> ekonofizyka)
-
- Dietrich Stauffer, Köln University
 - Serge Galam, Univ. Pierre et Marie Curie, Paris > Ecole Polyt.
 - Wolfgang Weidlich, Stuttgart University (*30 years of Sociodynamics*, Chaos, Solitons and Fractals 2005)
 - Katarzyna Sznajd-Weron, Uniw. Wrocławski (model Sznajdów)
 - Janusz Holyst, Polit. Warszawska (szef sekcji PTF)





Tematyka: grupy i sieci

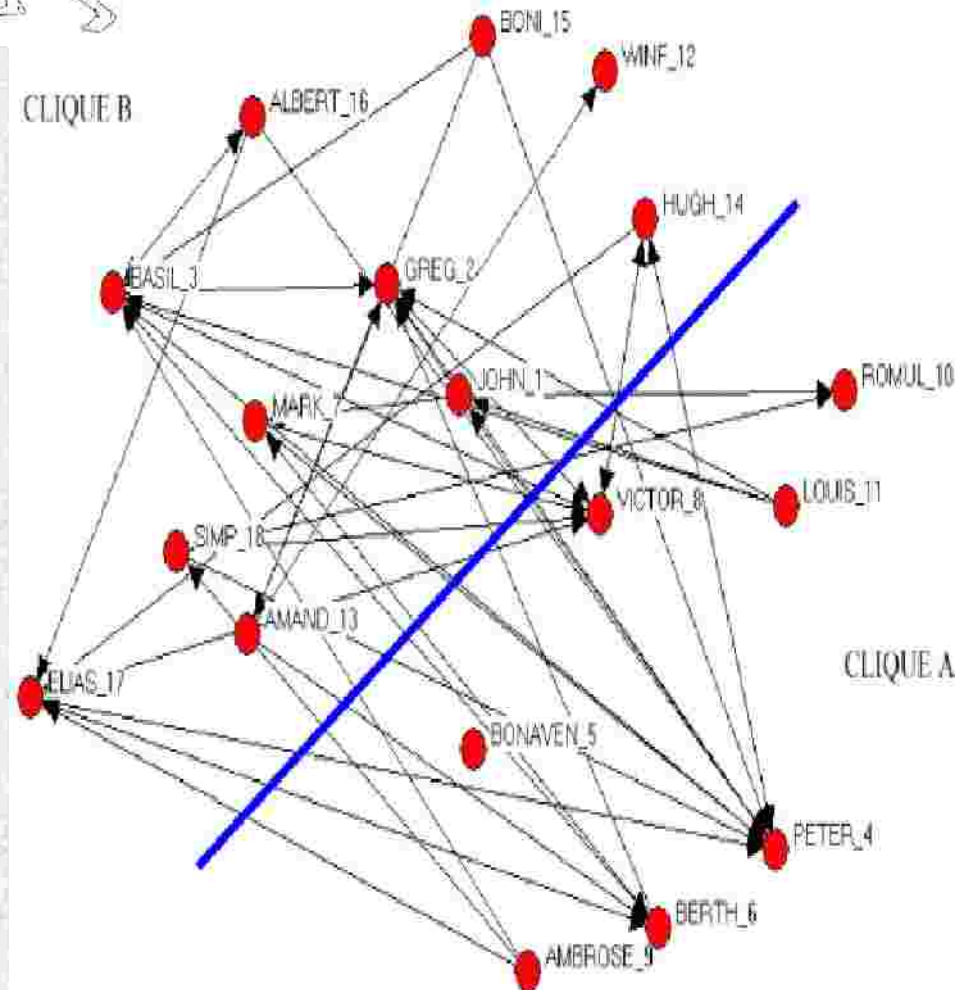
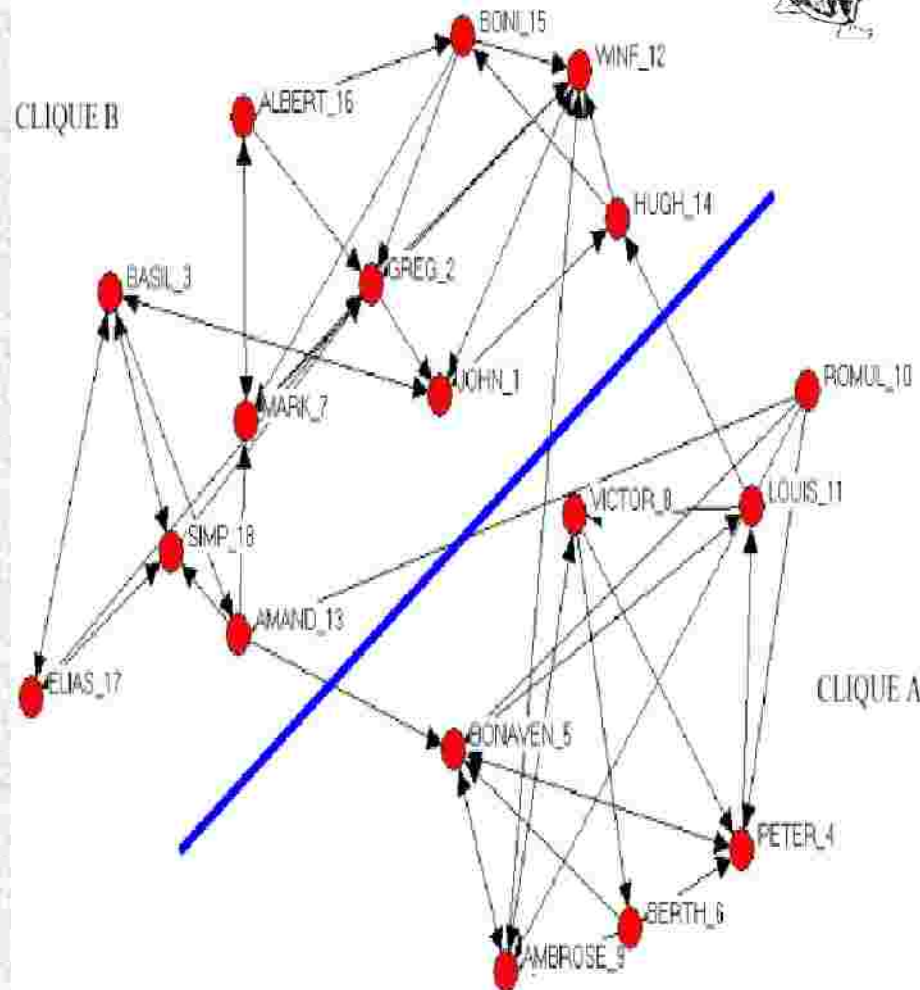


- Socjologia opisowa i matematyczna
- Grupa – podstawowy typ struktury społecznej; spójna, dynamiczna, wytwarza normy, narzuca ograniczenia (teoria wymiany+teoria konfliktu > teoria gier)
- Sieć: zastosowanie teorii grafów do opisu grup; jednostki=wezły, relacje=wiązania (struktura grupy + teoria gier > symulacje)

Lubie



Nie lubie

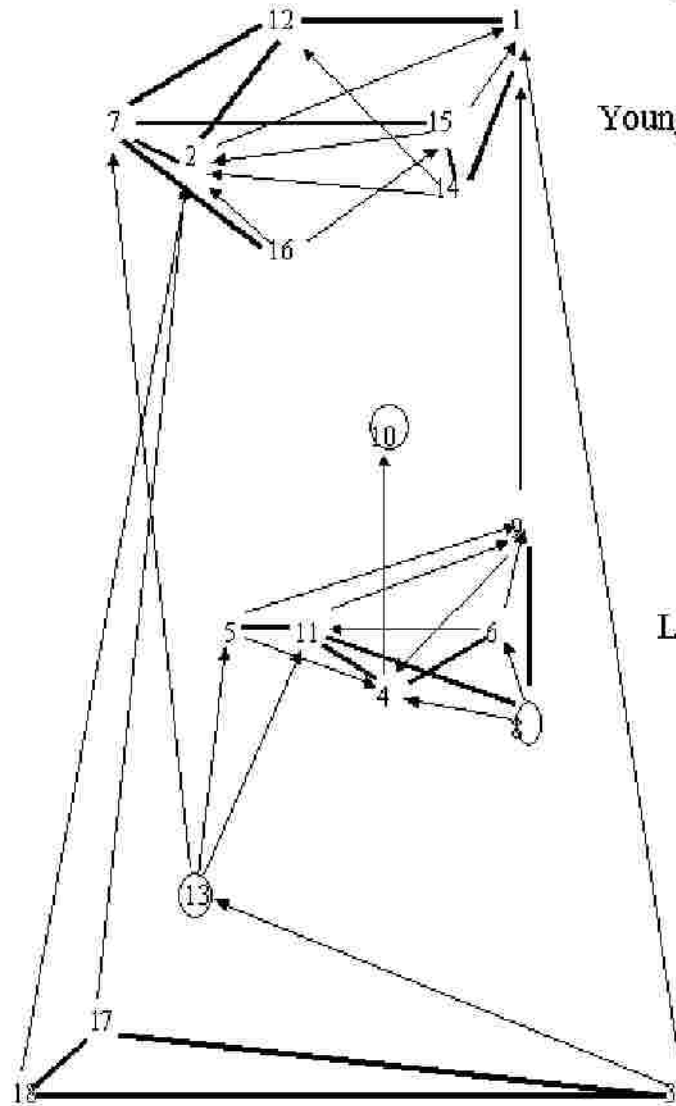


Sampson, S. PhD Thesis, Cornell 1969
(za Ph. Bonacich, P.Lloyd, Soc.Networks 26 (2004) 331)

Sampson Monastery



Young Turks



Loyal Opposition

Intermediaries

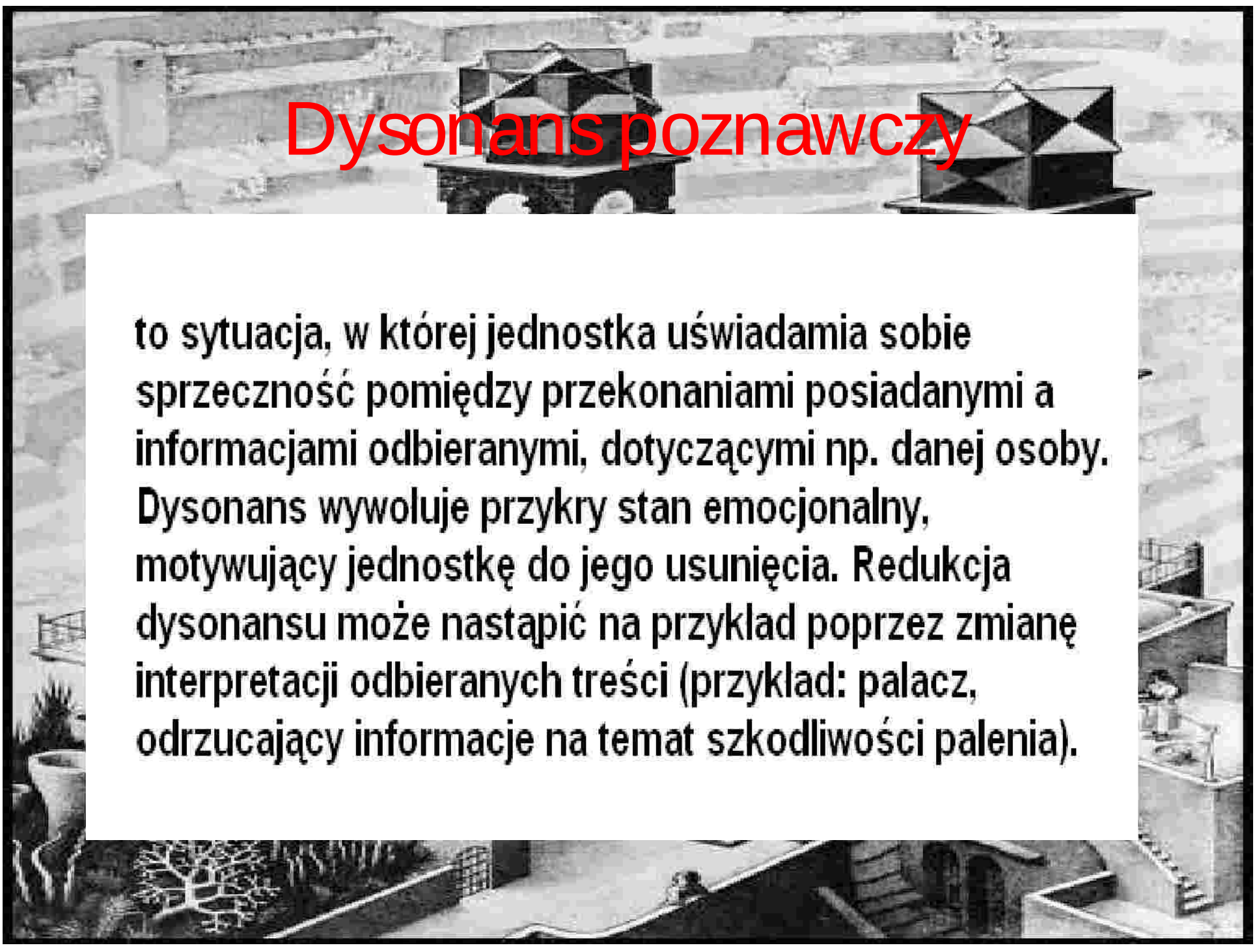
Excluded

- Klika A: 4-6,8-11
- Klika B: 1-3,7,12-18
- 2,3,17,18 - wyrzuceni
- 1,7,14,15,16 - odeszli szybko
- 4,8,10,12,13 – odeszli stopniowo
- 5,6,9,11 – pozostali

(<http://eclectic.ss.uci.edu/~drwhite/socnetweb/courses/sampson2.html>)

'algebra' Heidera

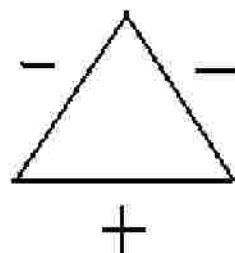
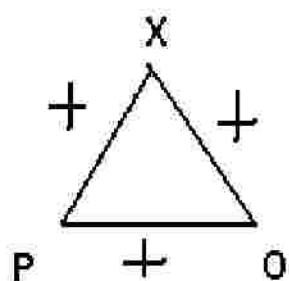
- Przyjaciół mojego przyjaciela jest moim przyjacielem
- Przyjaciół mojego wroga jest moim wrogiem
- Wróg mojego przyjaciela jest moim wrogiem
- Wróg mojego wroga jest moim przyjacielem



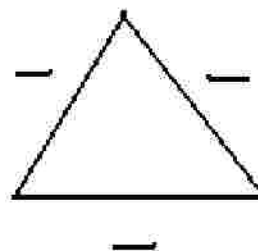
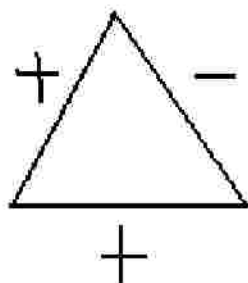
Dysonans poznawczy

to sytuacja, w której jednostka uświadamia sobie sprzeczność pomiędzy przekonaniami posiadanymi a informacjami odbieranymi, dotyczącymi np. danej osoby. Dysonans wywołuje przykry stan emocjonalny, motywujący jednostkę do jego usunięcia. Redukcja dysonansu może nastąpić na przykład poprzez zmianę interpretacji odbieranych treści (przykład: palacz, odrzucający informacje na temat szkodliwości palenia).

Trójki w równowadze



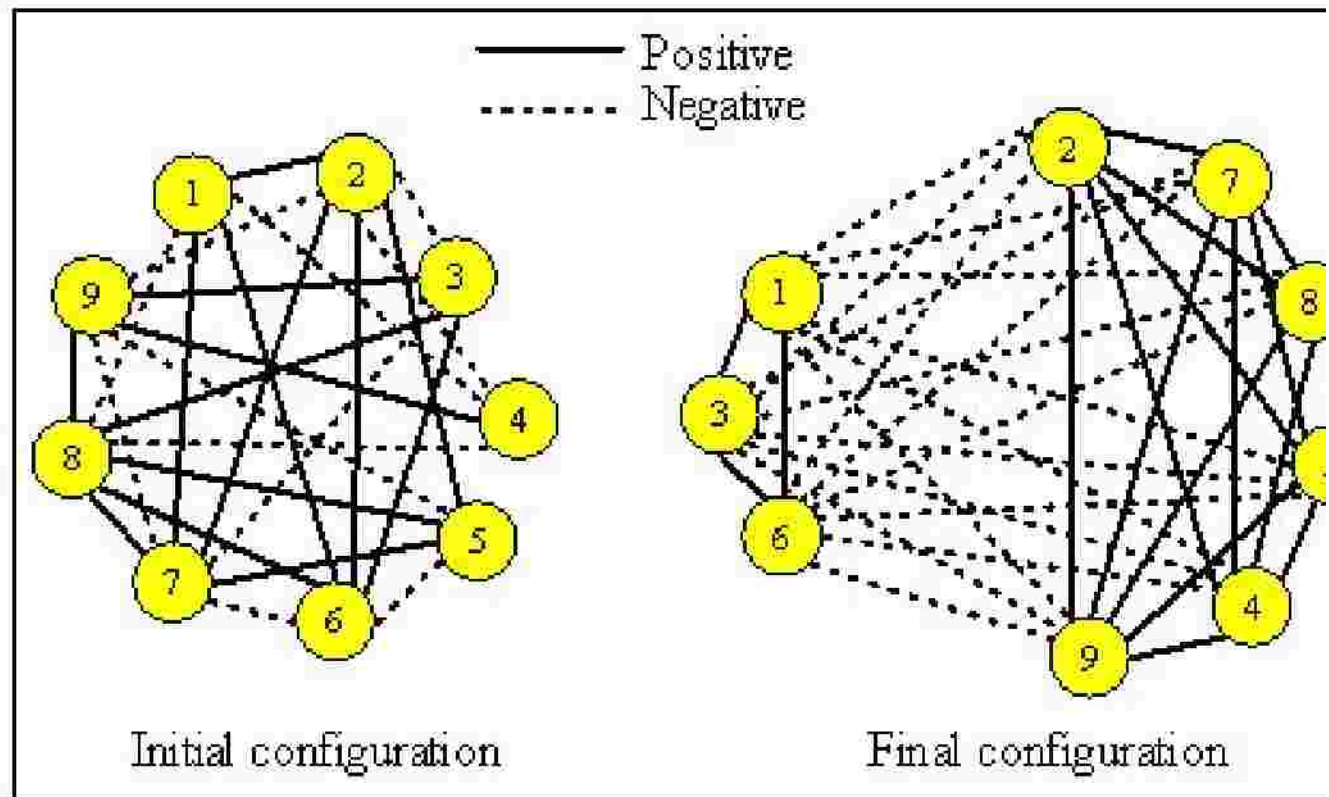
Trójki w nierównowadze



Model 'POX' Heidera (1946)

Równowaga Heidera na sieci – mitoza społeczna

- Graf w pełni połączony: każda para węzłów łączy krawędź. Krawędziom przypisujemy liczby $c(i,j) = \pm 1$, oznaczające wrógostwo lub przyjaźń
- Uruchamiamy dynamikę, 'naprawiającą' trójki węzłów (i,j,k) dla których $c(i,j)c(j,k)c(k,i) < 0$
- **OBSERWUJEMY**, że graf dzieli się na dwie części. Wewnątrz każdej z nich $c(i,j) = +1$. Krawędziom łączącym te części przypisane są wartości -1 . Taki stan nazywa się równowagą Heidera.



- Z.Wang, W.Thorngate, J. of Artificial Societies and Social Simulation (JASSS), Vol 6, No 3.
<http://jasss.soc.surrey.ac.uk/6/3/2.html>

Skala Bogardusa – przykład: Anglicy

(Kleg & Yamamoto, Social Science J. 35 (1998) 183)

- Zaakceptowałbym Anglika jako:
 1. członka rodziny
 2. najlepszego przyjaciela
 3. sąsiada z sąsiedztwa
 4. współpracownika w biurze
 5. znajomego w rozmowie
 6. gościa w moim kraju
 7. Nie pozwoliłbym na jego wjazd do mojego kraju.

Odleglosc Bogar dusa badana w USA: srednia i pozycja na skali w 1925 i 1993

Anglicy	1.27	1	1.17	2	Rosjanie	4.57	14	1.33	13
Szkoci	1.69	2	1.22	6	Indianie	4.65	15	1.44	16
Irlandczycy	1.93	3	1.14	1	Zydzi	4.83	16	1.42	15
Francuzi	2.04	4	1.20	4	Grecy	4.89	17	1.38	14
Holendrzy	2.12	5	1.25	9	Arabowie	5.00	18	2.21	24
Szwedzi	2.44	6	1.21	5	Meksykanie	5.02	19	1.56	18
Dunczycy	2.48	7	1.23	7	Murzyni	5.10	20	1.55	17
Norwegowie	2.67	8	1.25	8	Chinczycy	5.28	21	1.68	20
Niemcy	2.89	9	1.27	10	Japonczycy	5.30	22	1.62	19
Hiszpanie	3.28	10	1.29	11	Koreanczycy	5.55	23	1.72	21
Wlosi	3.98	11	1.19	3	Turcy	5.80	24	1.77	22
Hindusi	4.35	12	1.95	23					
Polacy	4.57	13	1.30	12	Srednia	3.82		1.43	

tu: podejście ciagle

Zamiast $c(i,j)=\pm 1$ używamy liczb rzeczywistych $r(i,j)$

Uzasadnienie: w pomiarach socjologicznych używa się liczb rzeczywistych (skala Bogardusa)

Równanie ruchu:

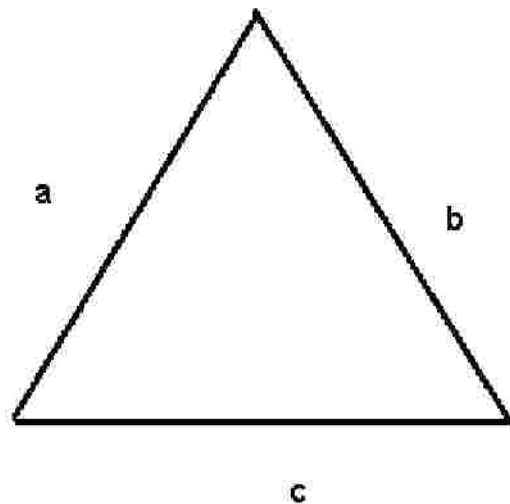
$$\frac{dr(i,j)}{dt} = \sum_k r(i,k)r(k,j)$$

lub z ograniczeniem na $r(i,j)$, np:

$$\frac{dr(i,j)}{dt} = \left[1 - \frac{r^2(i,j)}{R^2} \right] * \sum_k r(i,k)r(k,j)$$

gdzie $r(i,j)$ mieszczą się w przedziale $(-R,R)$.

Najprostszy przykład: $N=3$



$$da/dt = b c (1-a^2/R^2)$$

$$db/dt = c a (1-b^2/R^2)$$

$$dc/dt = a b (1-c^2/R^2)$$

- Warunek równowagi:

$$abc > 0$$

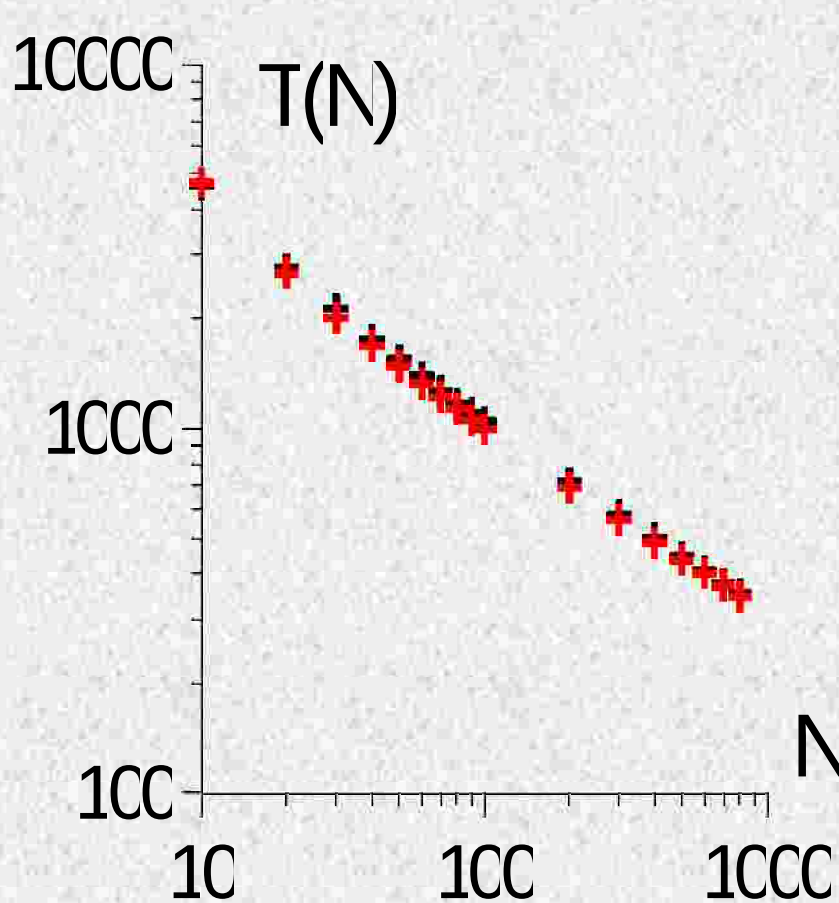
pociaga, ze:

albo $a > 0$ i rośnie,

albo $a < 0$ i maleje,

i to samo dla b, c .

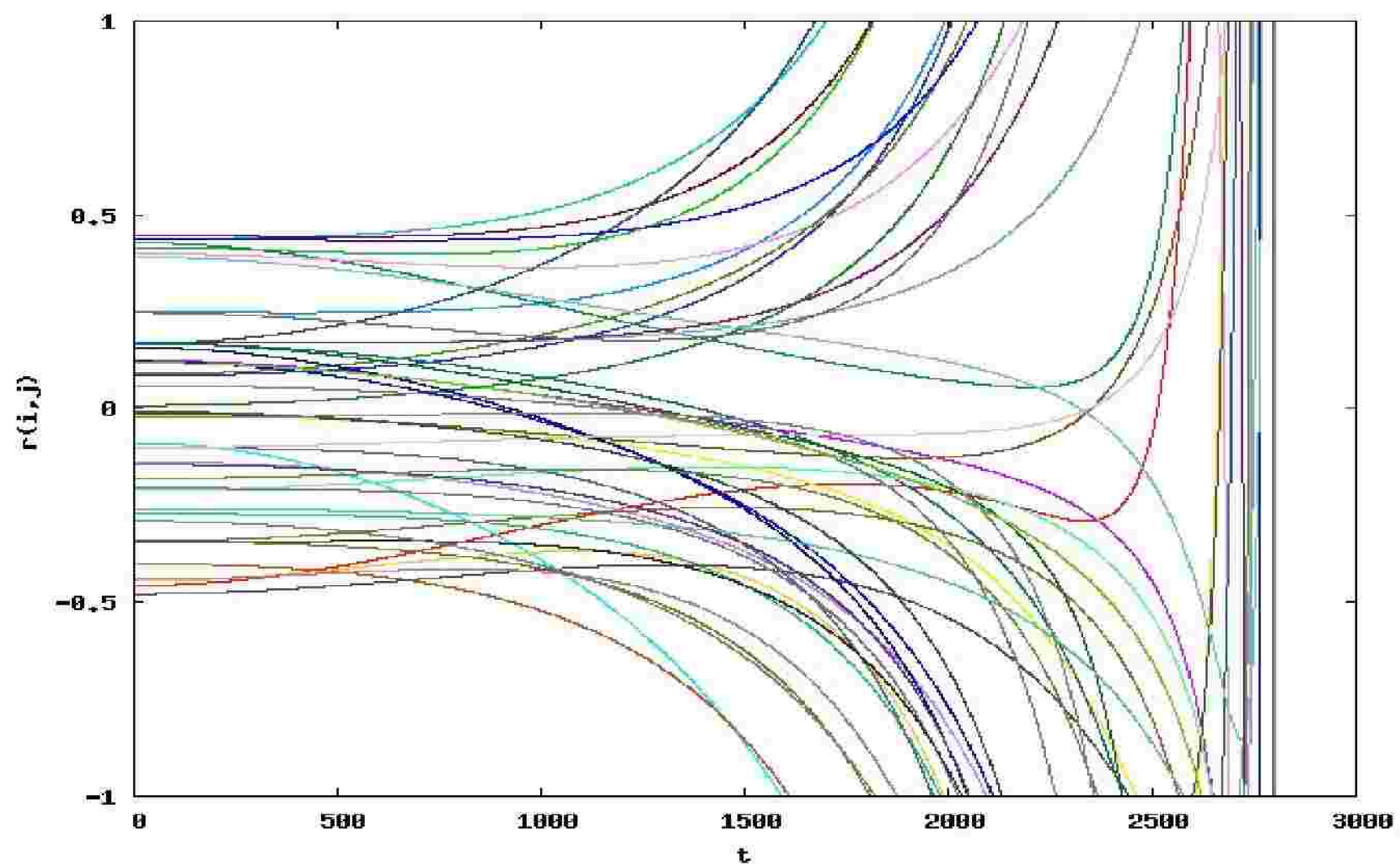
Czas dojścia do równowagi Heidera



- + - układ bez ograniczen
- + - układ z ograniczeniem na $r(i,j)$: $R=5.0$.

Jesli początkowy rozkład $r(i,j)$ przesuwamy na osi w lewo lub w prawo, to czas ten jest jeszcze krótszy. Jesli w prawo, to w koncu w równowadze zostają same liczby dodatnie: $r(i,j) > 0$.

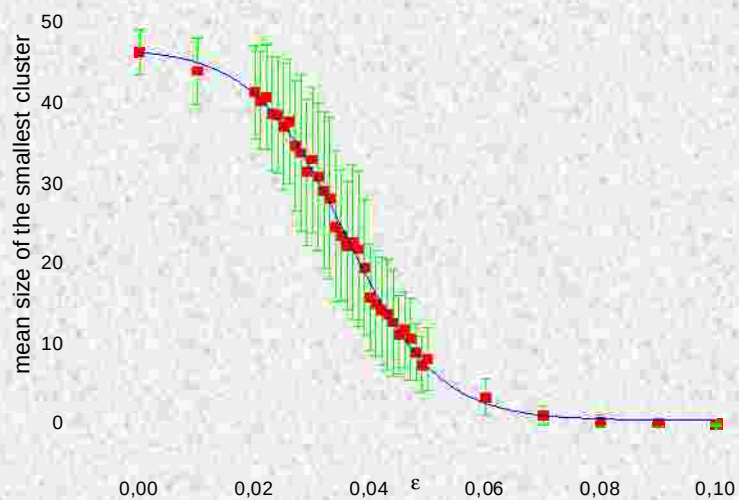
Zależność elementów $r(i,j)$ od czasu



Przejście fazowe: niezgoda-jedność

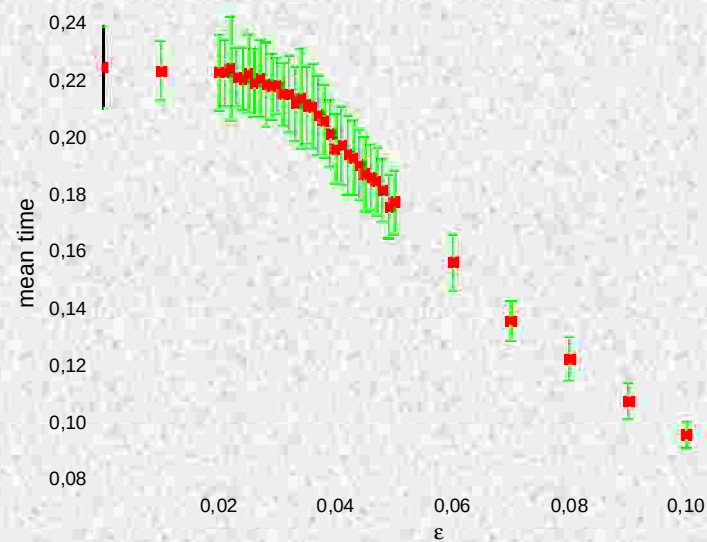


Sredni rozmiar mniejszego klastra,
w zaleznosci od przesuniecie ϵ srodka rozkladu,
dla $N = 100$, statystyka 100 grafów.

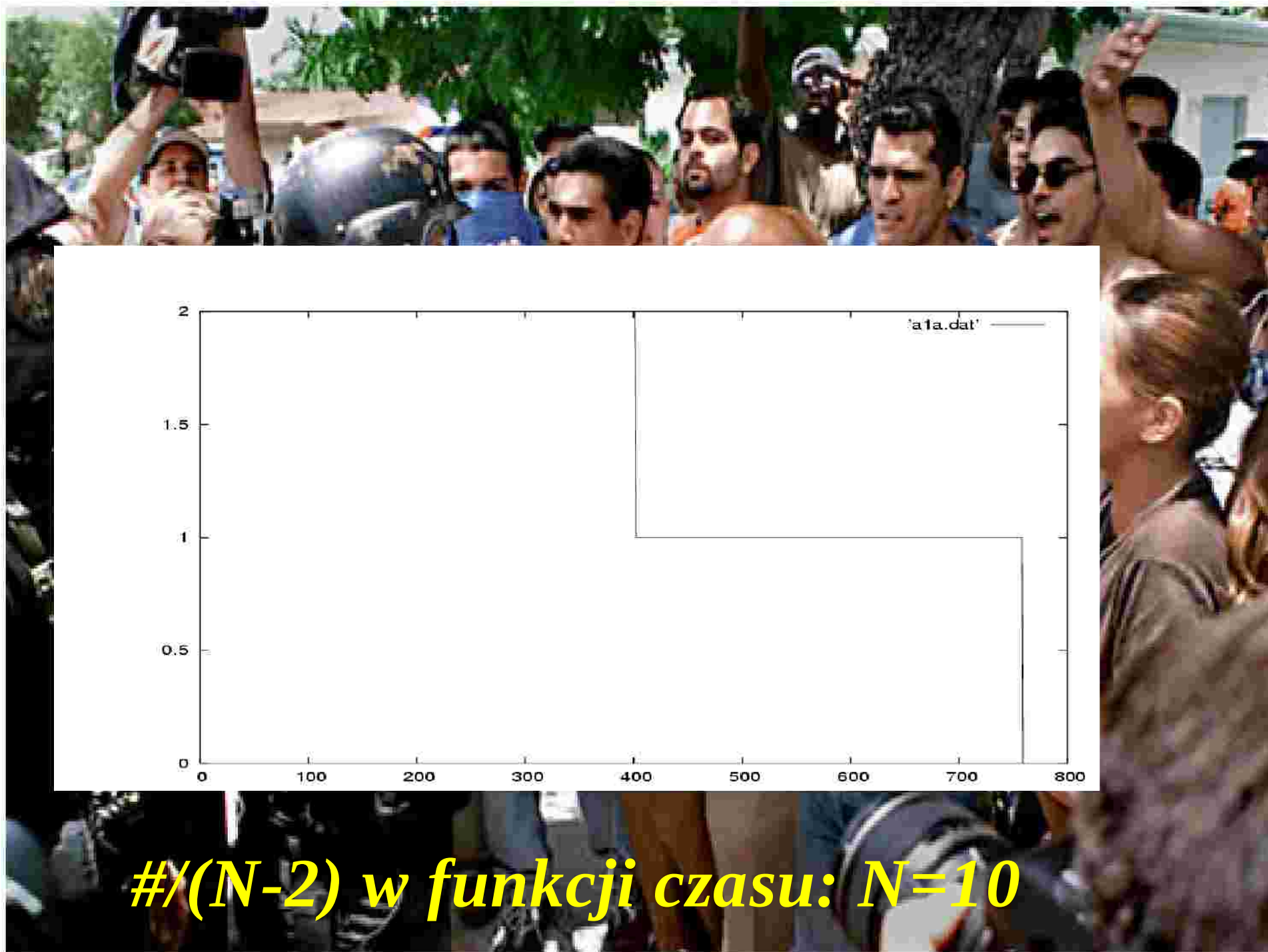


ϵ

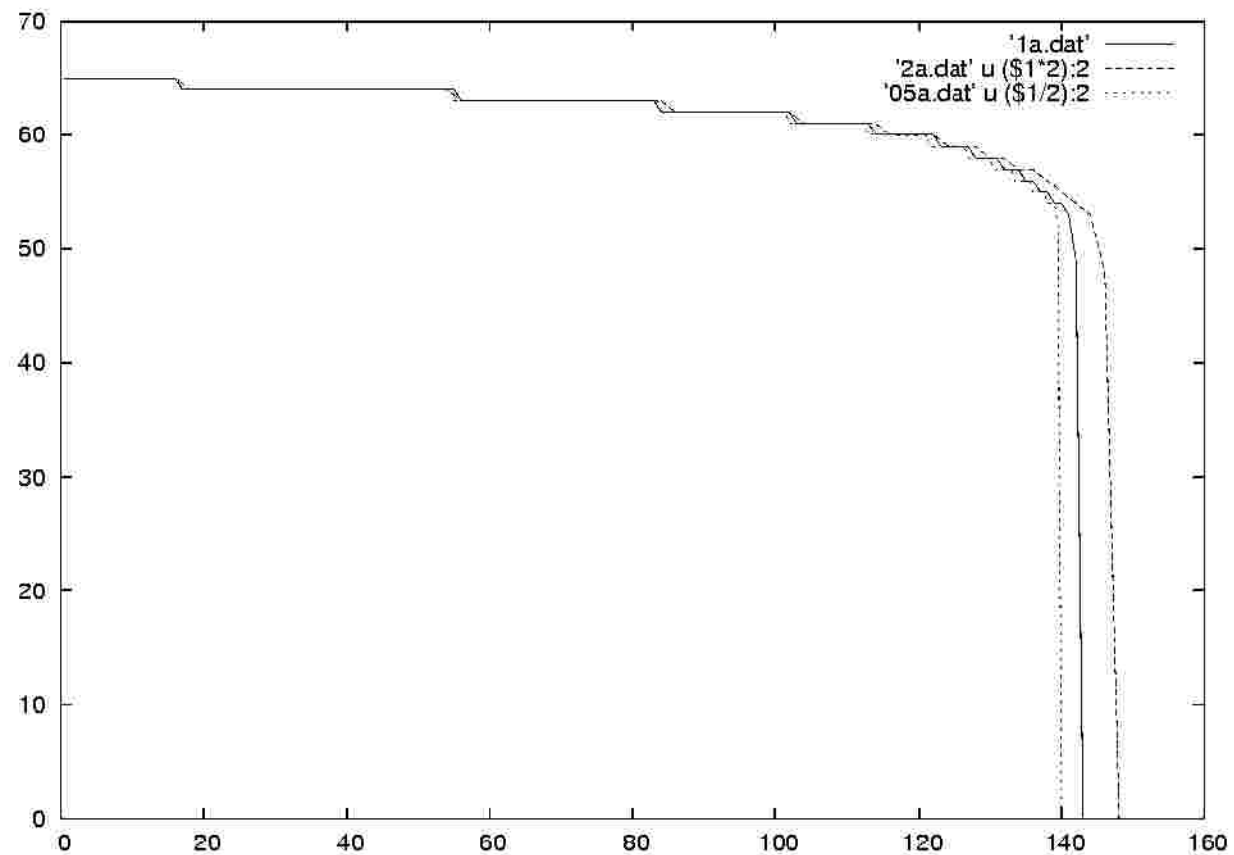
Sredni czas dojscia do równowagi Heidera,
w zaleznosci od przesuniecie ϵ srodka rozkladu,
dla $N = 100$, statystyka 100 grafów.



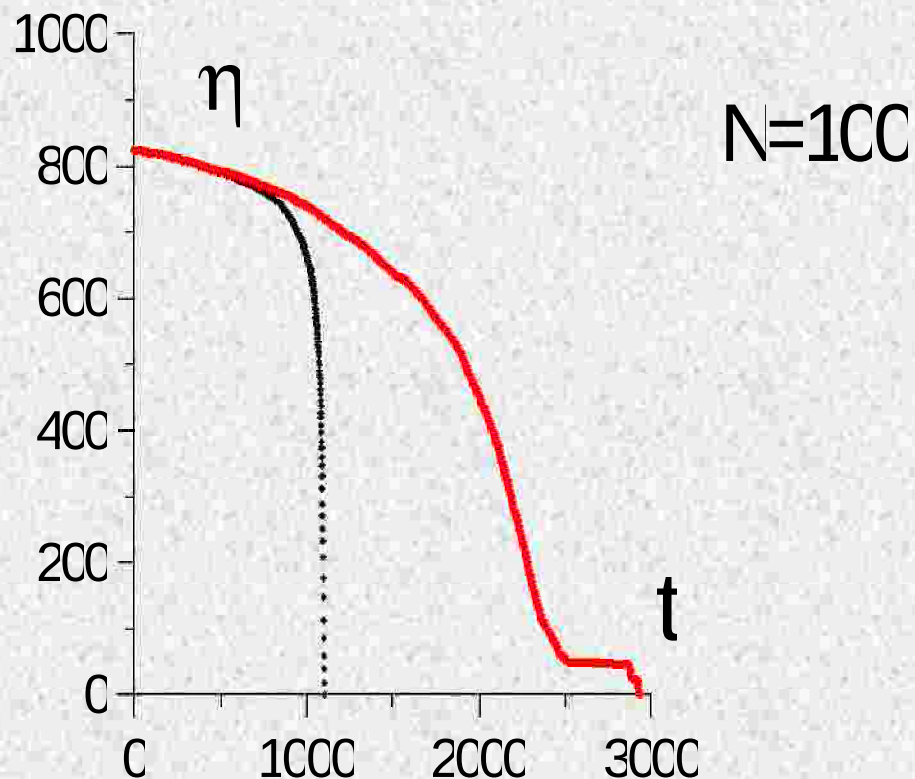
ϵ



$\#/(N-2)$ w funkcji czasu: $N=200$



Silne ograniczenie zakresu $r(i,j)$ może prowadzić do wydłużenia i wygładzenia przebiegu procesu dochodzenia do równowagi Heidera



- Brak ograniczenia
- Ograniczenie $r(i,j)$ do zakresu $(-1,1)$ rozkładem prostokątnym



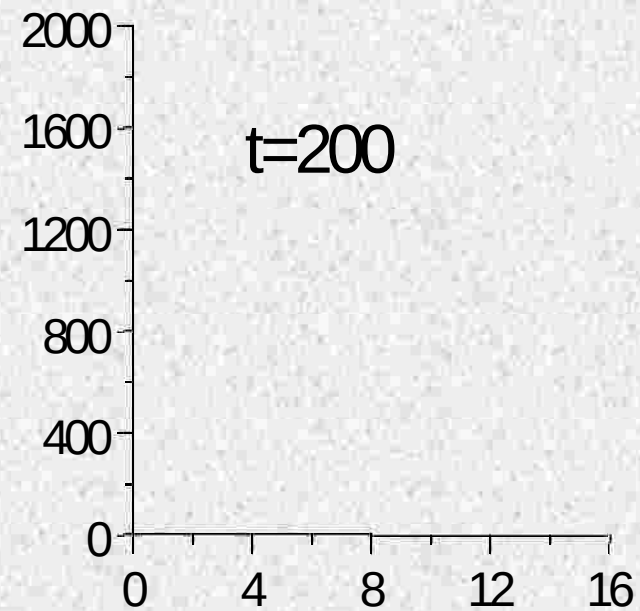
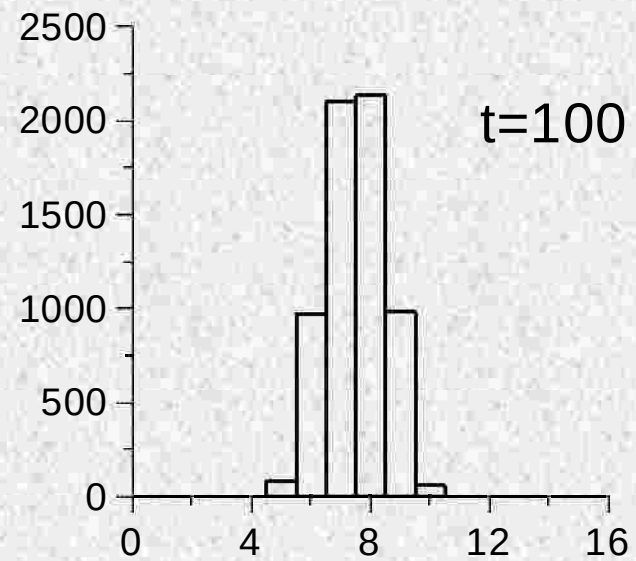
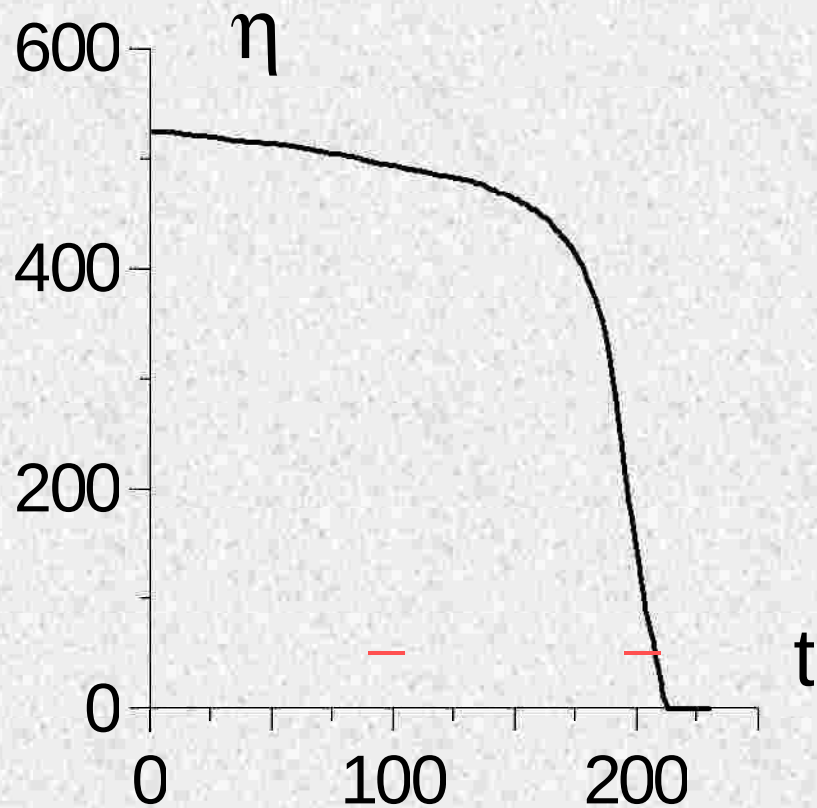
Bez ograniczen

Box 37
Free Concerts



Silne ograniczenia

***Dynamika
rozkladu $r(i,j)$.***



*Rzeczywiste sieci społeczne
nie sa w pelni polaczone:
nie wszyscy utrzymuja ze
soba kontakty.*



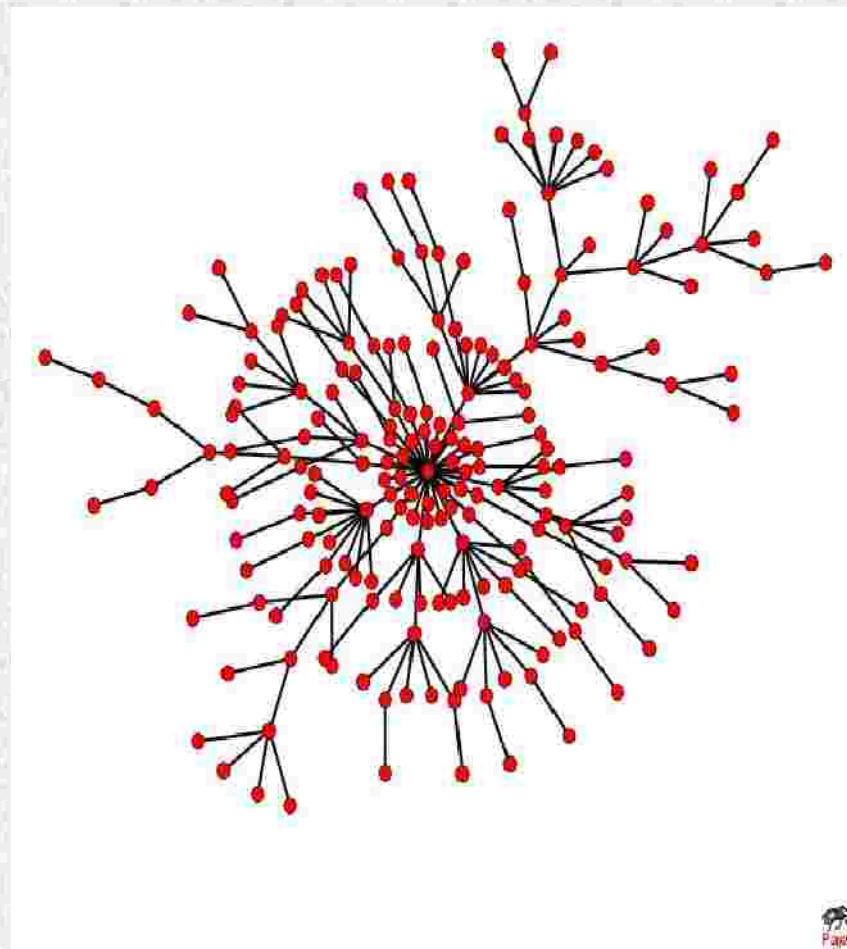
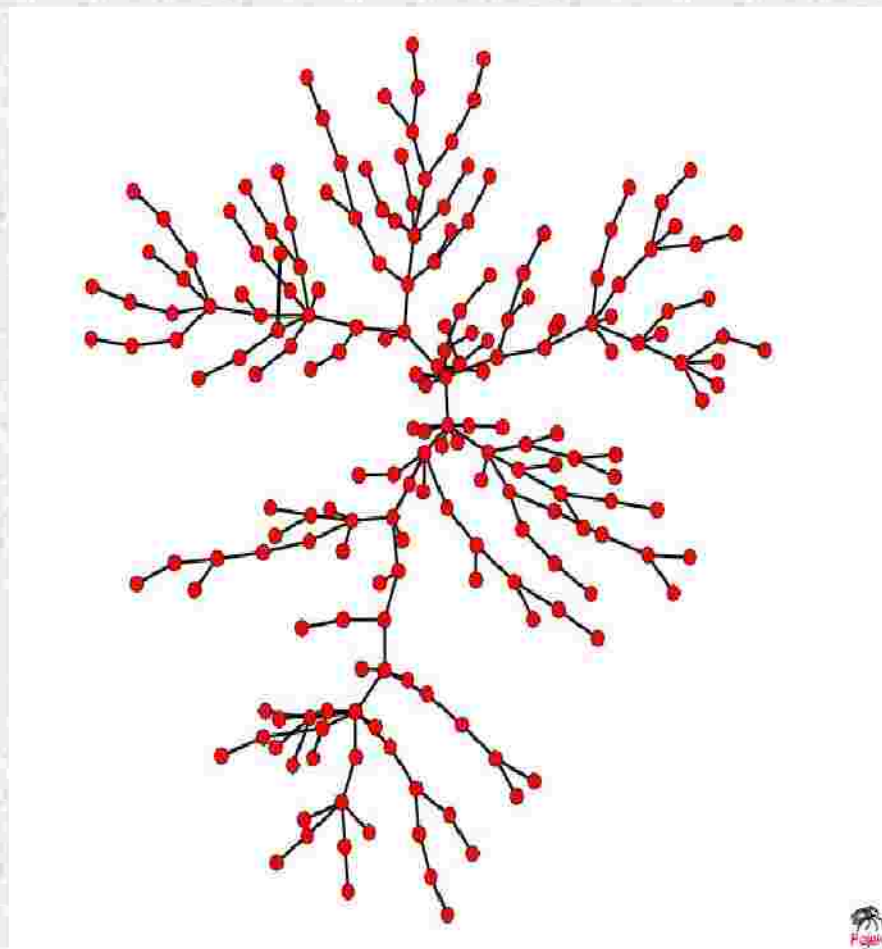
- **Hipoteza:** rzeczywiste sieci moga byc podobne do sieci Albert-Barabasi'ego. W takich sieciach rozklad ilosci polaczen wierzcholka z innymi wierzchołkami $P(k) \propto k^{-\gamma}$. Obserwuje sie tez efekt tzw. **malego swiata**: srednia odleglosc miedzy wierzchołkami, mierzona wzdluz istniejacych polaczen, rosnie z rozmiarem sieci N zaledwie jak $\ln(N)$.

Przykłady sieci Albert-Barabasi'ego

SIEC	N	<k>	<d>	g
aktorzy	$45 \cdot 10^4$	113	3.48	2.3
rozmowy telef.	$47 \cdot 10^6$	3.16		2.1
kontakty seksualne	2 810			3.2
cytowania	$67 \cdot 10^5$	8.57		3.0
współwystep. słów	$17 \cdot 10^6$	70.13		2.7
internet	10 697	5.98	3.31	2.5
pakiety software	1 439	1.2	2.42	1.6/1.4
oddz. bialko-bialko	2115	2.12	6.8	2.4
www Altavista	$2 \cdot 10^8$	10.46	16.8	2.1/2.7

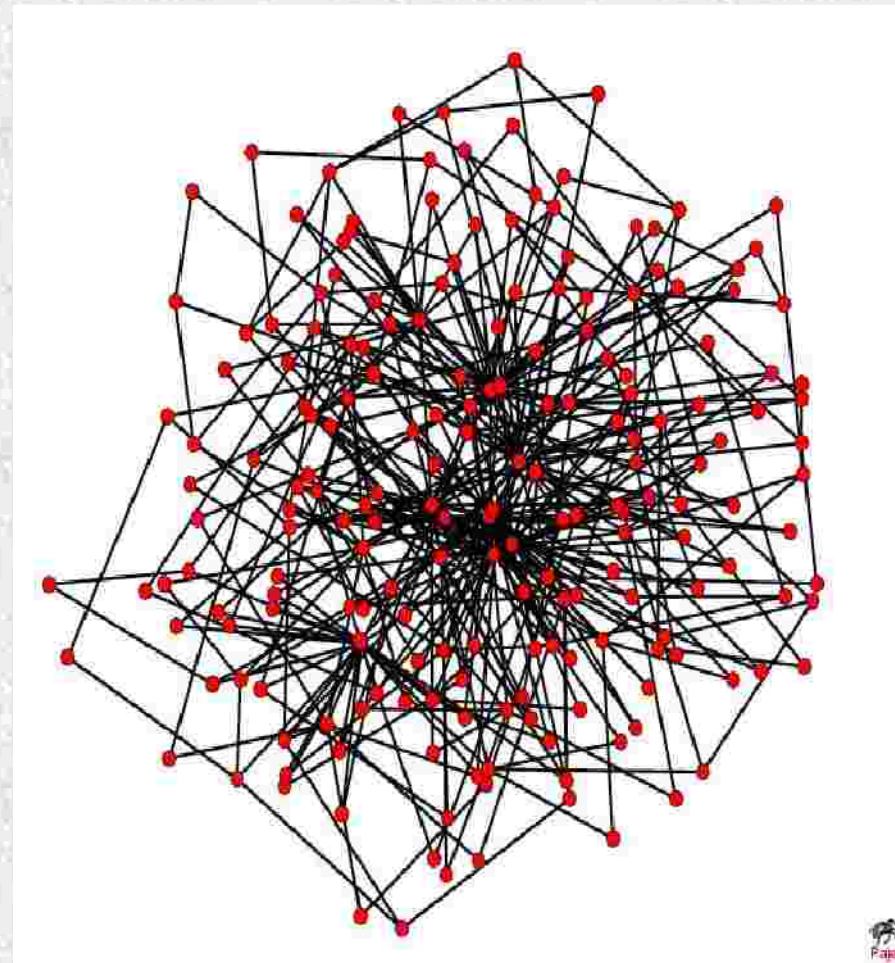
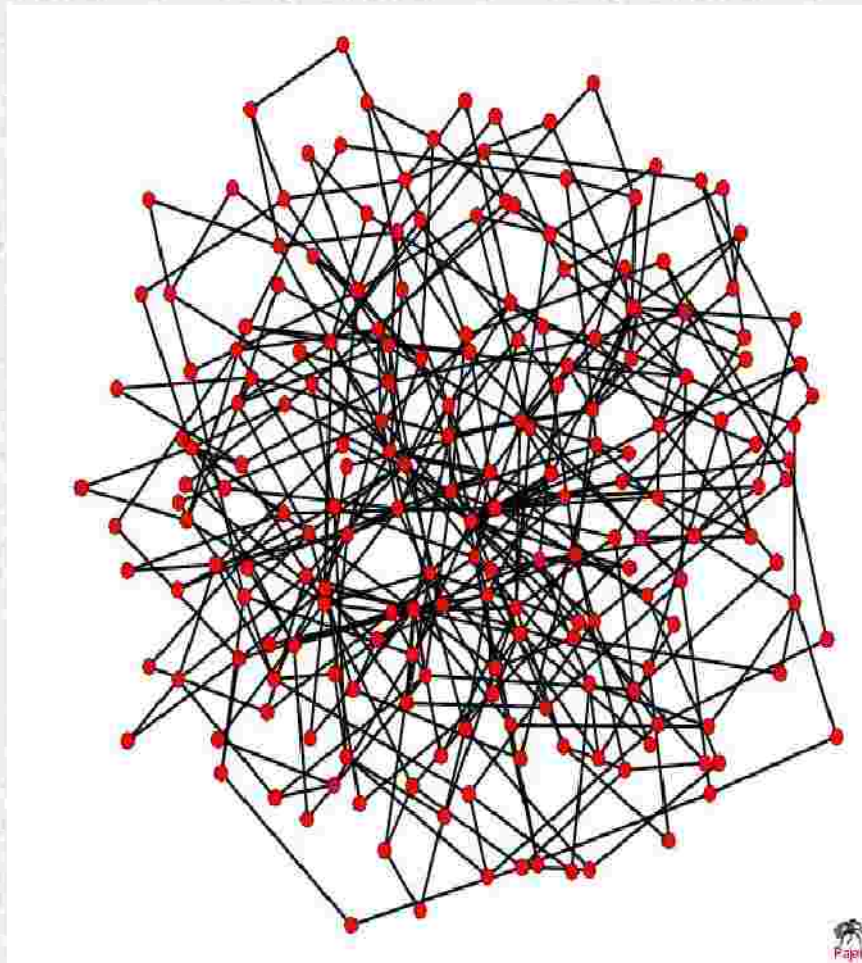
(M. Newman, cond-mat/0303516)

Drzewa: eksponencjalne i Albert-Barabasi'ego



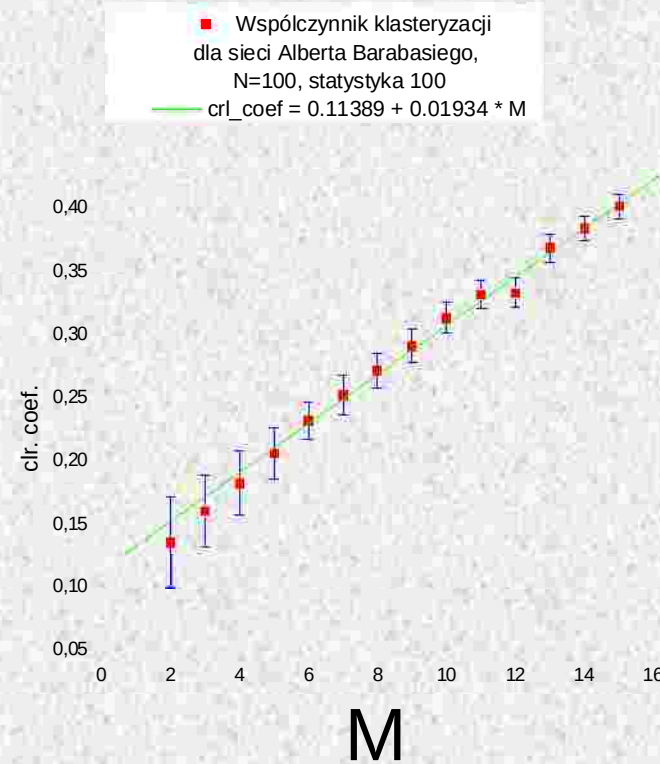
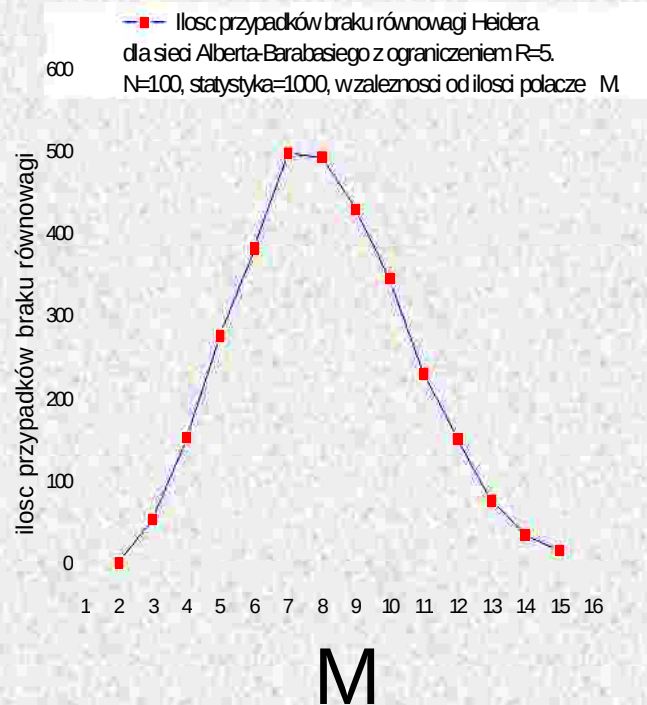
- $N=200$, $M=1$ (K.Malarz + KK, FENS, W-wa 2004)

Grafy: eksponencjalny i Albert-Barabasi'ego



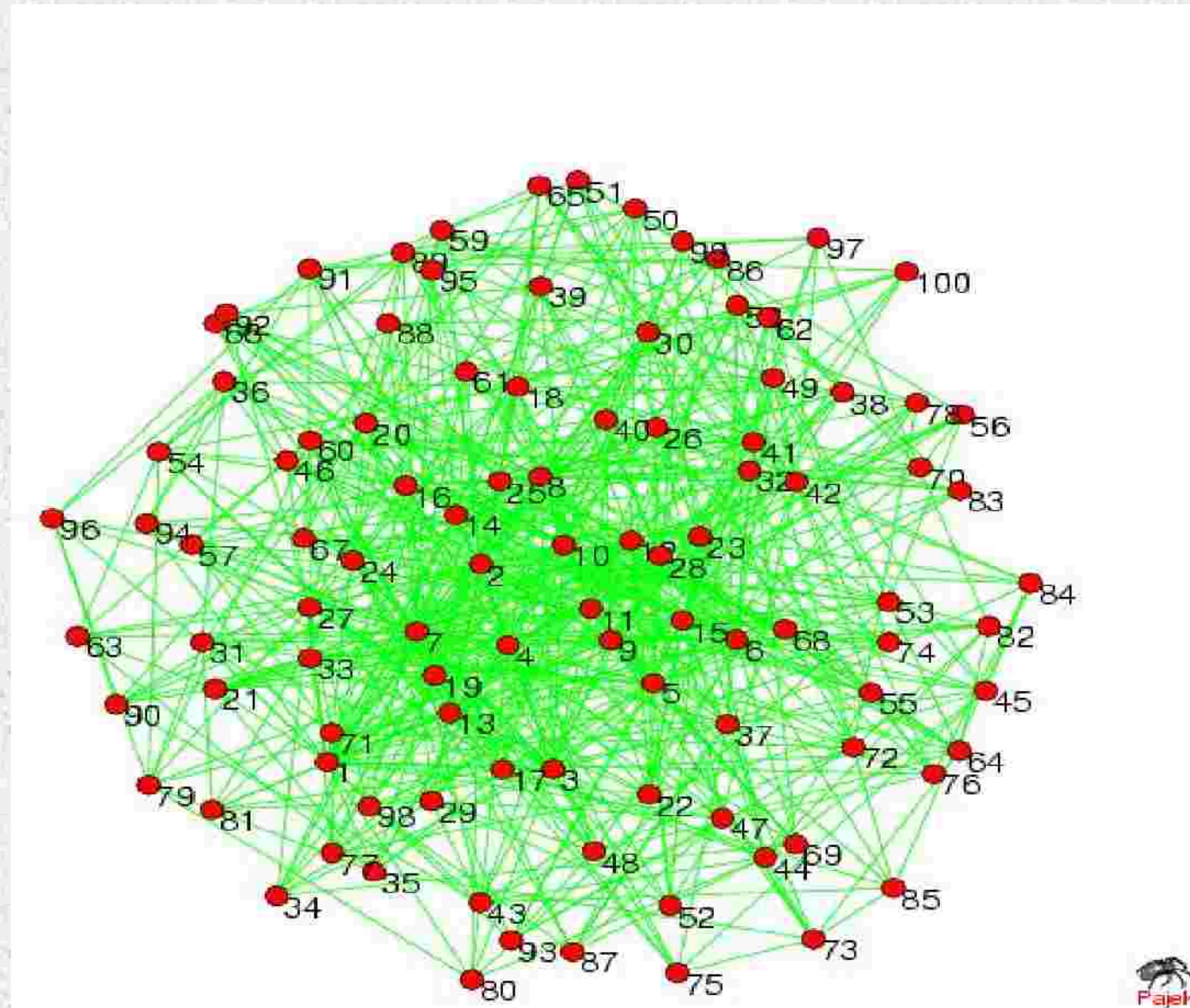
- $N=200$, $M=2$ (K.Malarz + KK, FENS, W-wa 2004)

Szukamy przypadku jak najdalejszego od równowagi Heidera



- M – ilość wierzchołków, do których dołączany jest nowy wierzchołek w procesie wzrostu.
- Dla jakiej wartości M równowaga Heidera zdarza się najrzadziej?

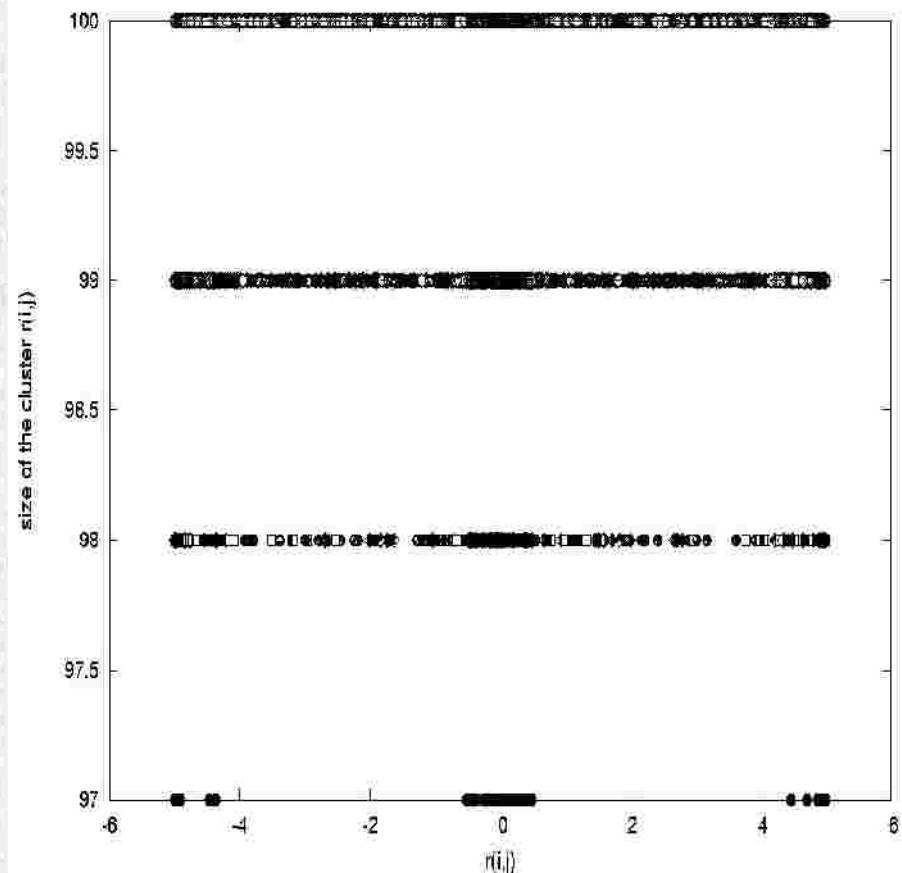
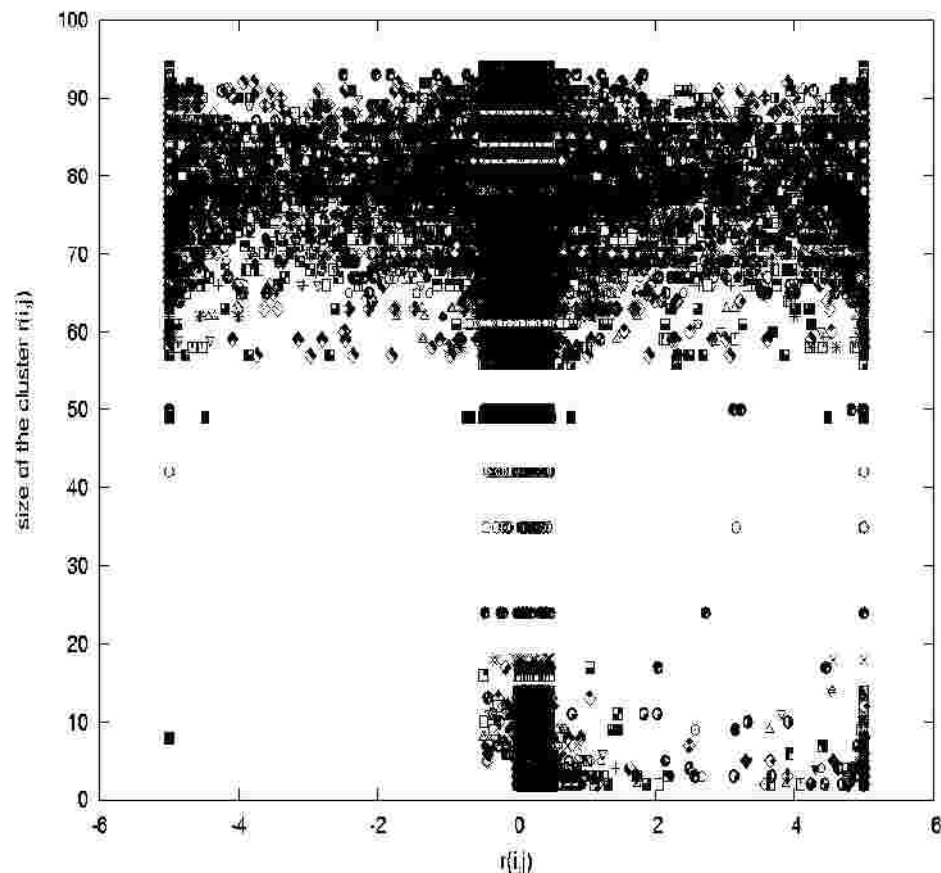
Graf Albert-Barabasi, $N=100$, $M=7$



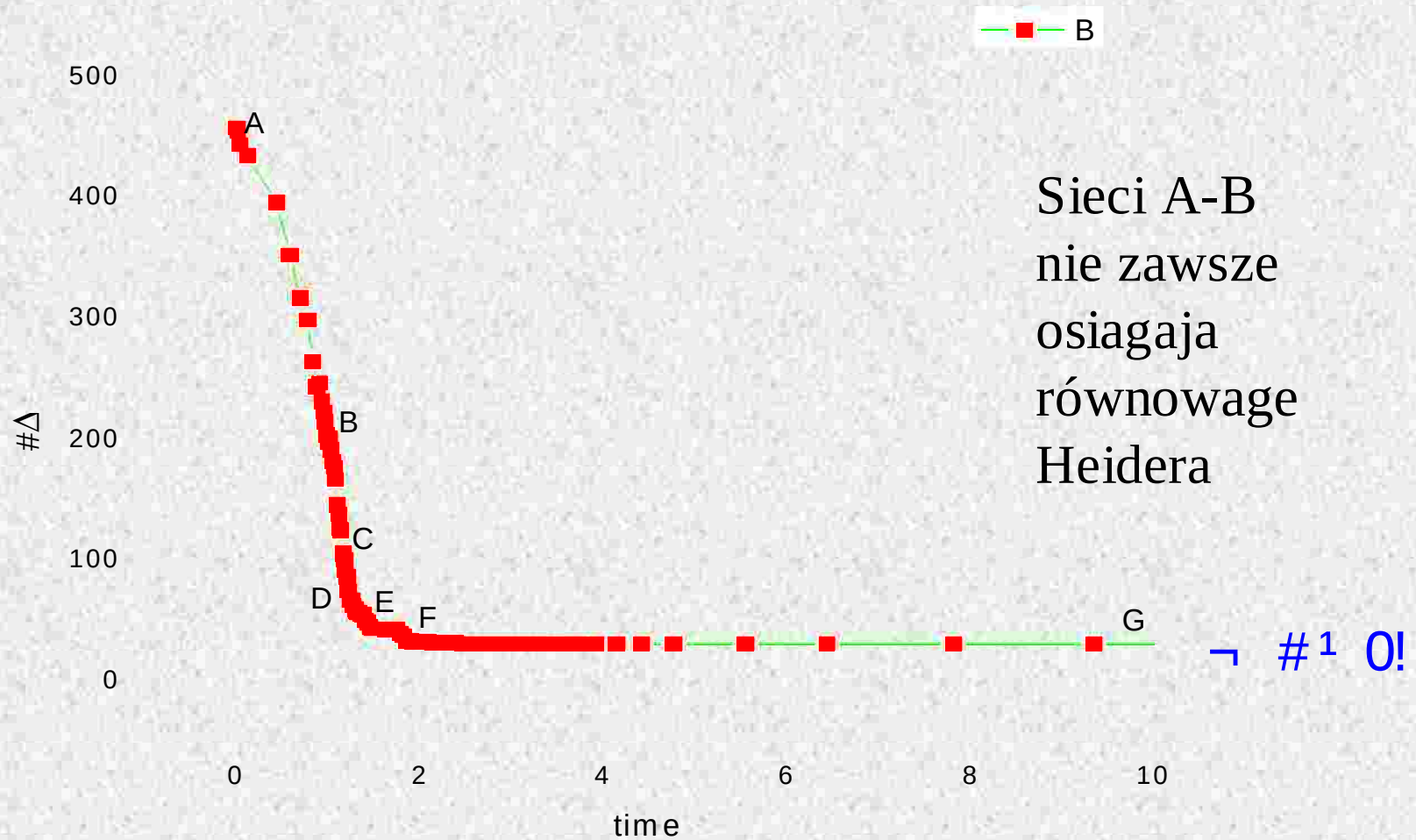
Wielkosc klastrow i wartosci $r(i,j)$ dla $M=7$

Gr af Albert-Bar abasi' ego

Gr af eksponencjalny

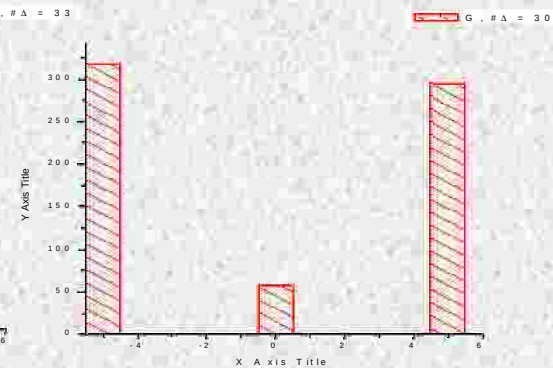
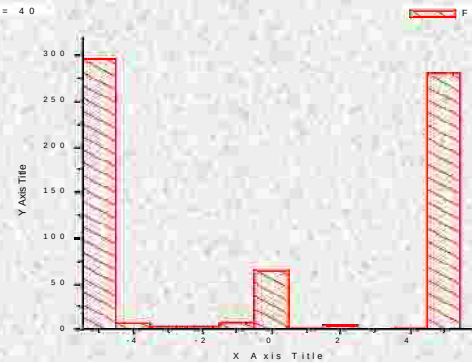
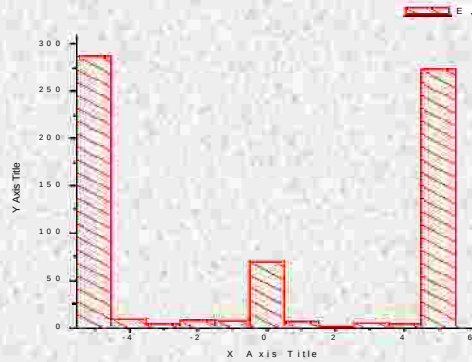
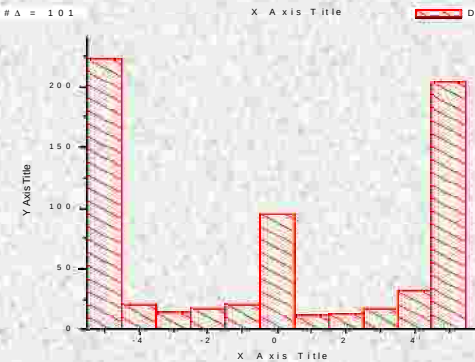
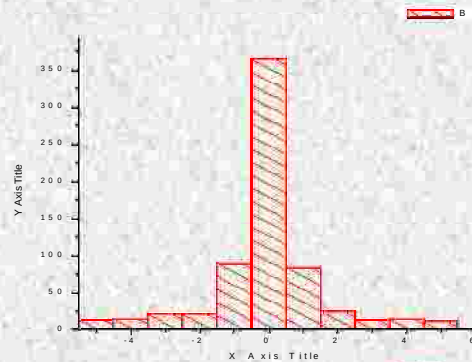
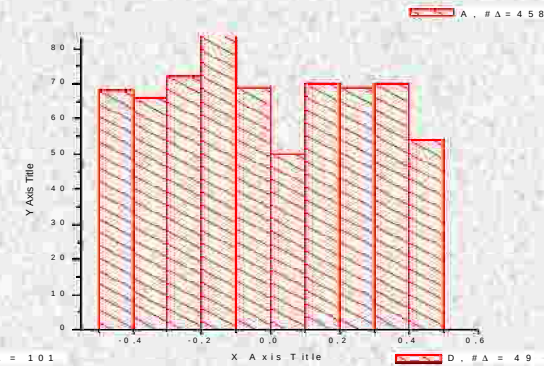
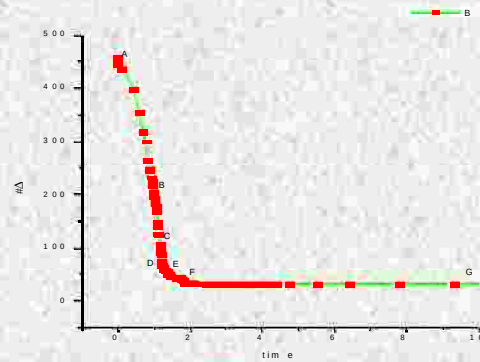


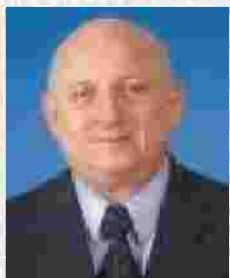
Ilość niezrównowazonych triad vs czas, $M=7$



Polaryzacja opinii w braku równowagi Heidera

$M=7$



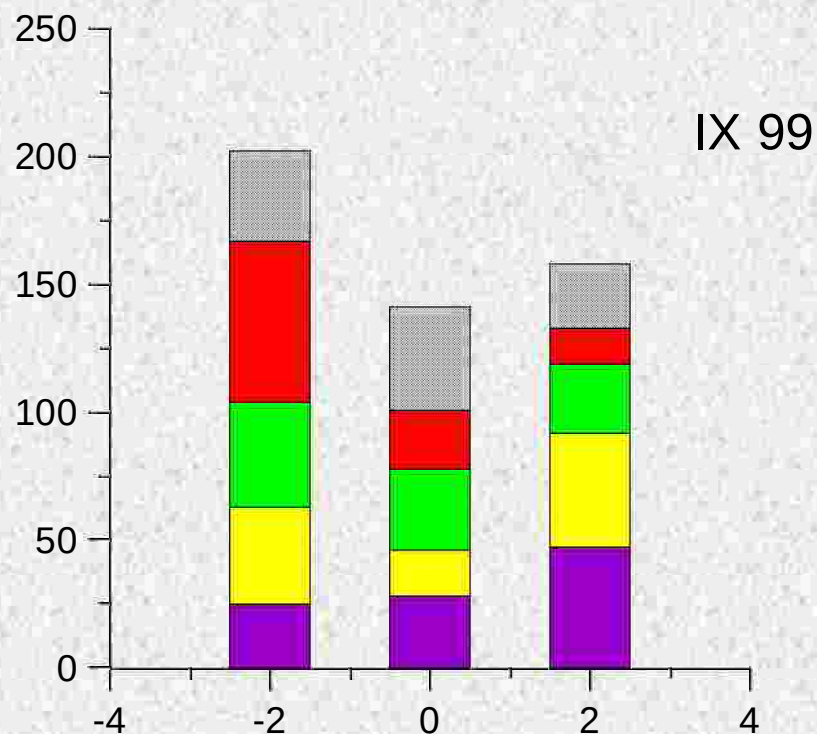
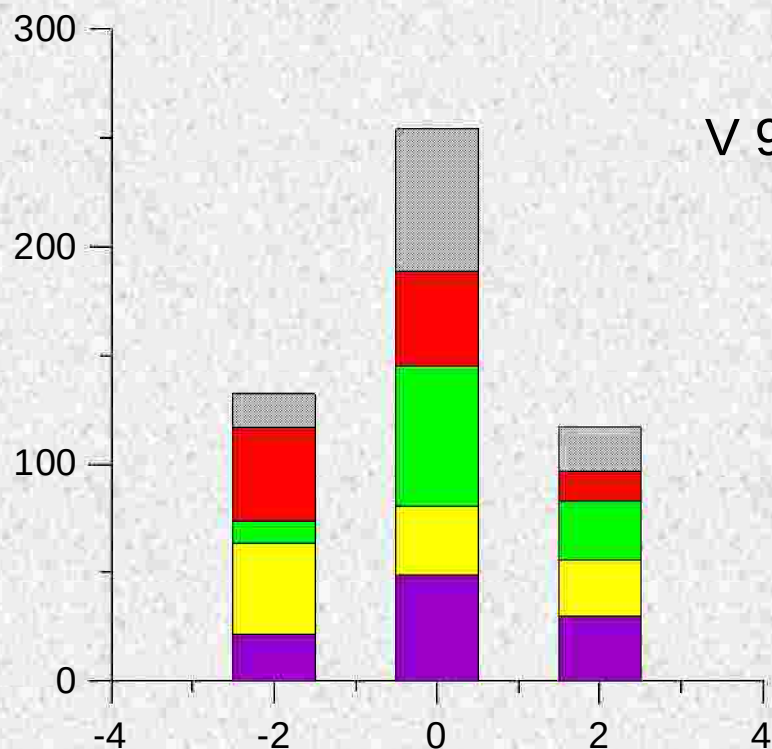


***Jak Pan(i) ocenia dotychczasowe skutki
wejścia w życie ustawy lustracyjnej?***



Maj 1999

Listopad 1999



(raport CBOS, BS/152/1999)

Symulacja dla danych Sampsona

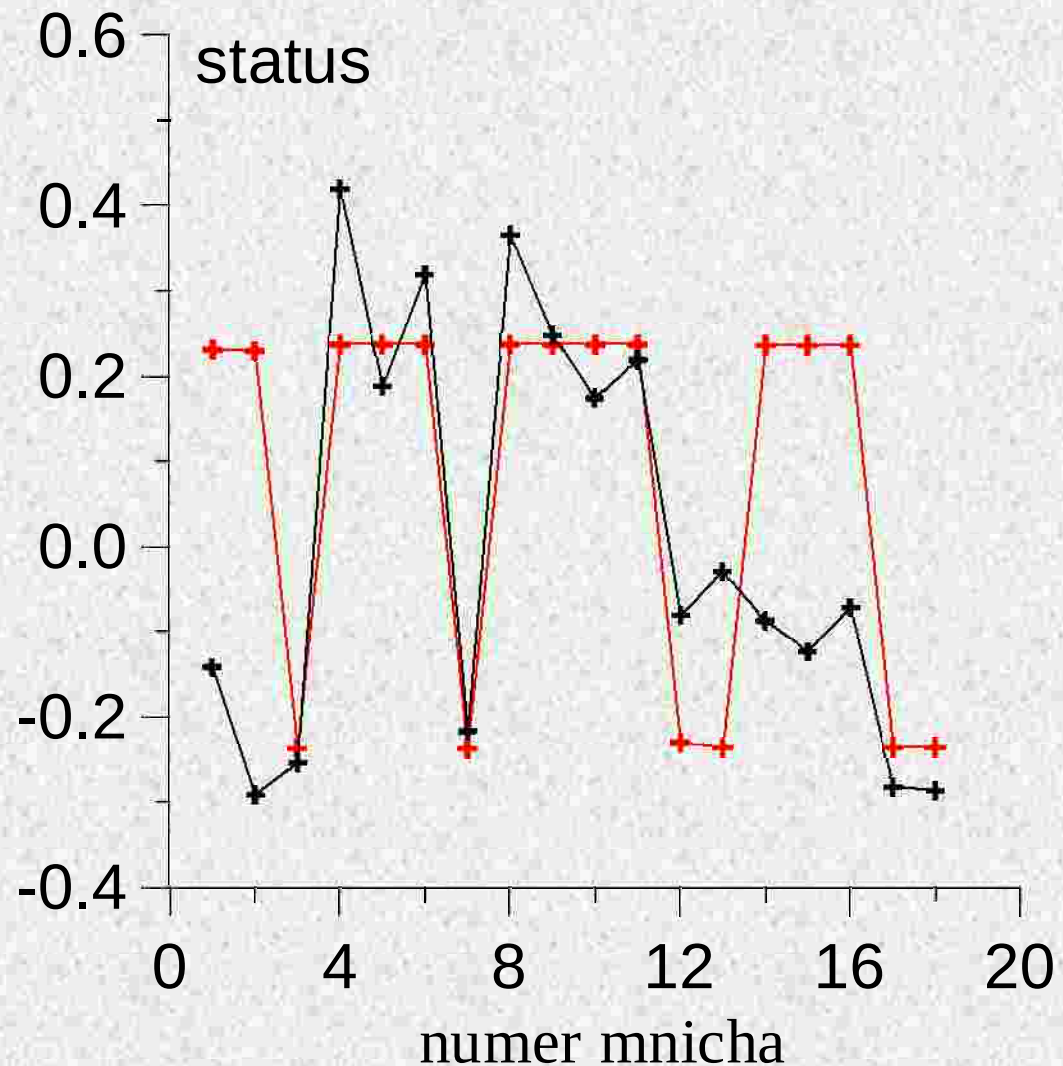


- Parametry wejściowe: każdy mnich wskazał trzech innych braci których najbardziej lubi, i trzech których najbardziej nie lubi, punktując stosunki z nimi w skali od 3 do 1 i od -3 do -1.
- W symulacji układ osiągnął równowagę Heidera, przy czym liczebność grup była 12:6 a ich skład:
1,2,4-6,8-11,14-16 vs **3,7,12,13,17,18**
- Te wyniki są stabilne ze względu na zaburzenia o rozkładzie symetrycznym wokół zera.
- W rzeczywistości nie stwierdzono równowagi Heidera: w ostatnim pomiarze istniały jeszcze więzy przyjaźni między członkami różnych klik.

Symulacja dla danych Sampsona



- Nasze dane wejściowe:
Doreian+Mrvar '96,
Table 4, czas T2
symetryzowana
macierz wiezi
- Do porównania:
macierz polaczen
(Bonacich+Lloyd
'04)



Inny przykład: kobiety z Natchez

- **Dane:** lista obecności 18 pan z miasteczka Natchez w Mississippi na 14 imprezach w 1935 roku.
- **Freeman, 2003** : 21 sposobów określania klik i ich liderów.
- **Bonacich+Lloyd, 2004** : jak obliczać status członków grup, jeśli $r(i,j) < 0$.
- **Tu:** $r(i,j,t=0) = P(i/j)P(j) - P(i)P(j)$
- **Wynik:** zgodny z 'najlepszymi' szacowaniami Freemana.
- **Uwaga krytyczna:** dynamika nie zmieniła podziału, który był założony od początku.



Phot. by Ben Shahn, Natchez, M S, October 1935

Southern Women, 1935

NAMES OF PARTICIPANTS OF GROUP I	CODE NUMBERS AND DATES OF SOCIAL EVENTS REPORTED IN <i>Old City Herald</i>													
	(1) 6/27	(2) 3/2	(3) 4/12	(4) 9/26	(5) 2/25	(6) 5/19	(7) 3/15	(8) 9/16	(9) 4/8	(10) 6/10	(11) 2/23	(12) 4/7	(13) 11/21	(14) 8/3
1. Mrs. Evelyn Jefferson.....	X	X	X	X	X	X	...	X	X	...	...	...	...	...
2. Miss Laura Mandeville.....	X	X	X	...	X	X	X	X	...	...	...	...	...	...
3. Miss Theresa Anderson.....	...	X	X	X	X	X	X	X	X	...	...	...	...	...
4. Miss Brenda Rogers.....	X	...	X	X	X	X	X	X	...	...	...	...	...	...
5. Miss Charlotte McDowd.....	...	...	X	X	X	...	X	...	...	...	...	...	...	...
6. Miss Frances Anderson.....	...	...	X	...	X	X	...	X	...	...	...	...	...	...
7. Miss Eleanor Nye.....	...	...	...	...	X	X	X	X	...	...	...	...	...	...
8. Miss Pearl Oglethorpe.....	...	...	...	...	...	X	...	X	X	...	...	...	...	...
9. Miss Ruth DeSand.....	...	...	...	...	X	...	X	X	X	...	...	...	...	...
10. Miss Verne Sanderson.....	...	...	...	...	...	...	X	X	X	...	...	X	...	...
11. Miss Myra Liddell.....	...	...	...	...	...	...	...	X	X	X	...	X	...	...
12. Miss Katherine Rogers.....	...	...	...	...	...	...	...	X	X	X	...	X	X	X
13. Mrs. Sylvia Avondale.....	...	...	...	...	...	...	X	X	X	X	...	X	X	X
14. Mrs. Nora Fayette.....	...	...	...	...	...	X	X	...	X	X	X	X	X	X
15. Mrs. Helen Lloyd.....	...	...	...	...	...	...	X	X	...	X	X	X	...	...
16. Mrs. Dorothy Murchison.....	...	...	...	...	...	...	...	X	X	...	...	...	...	...
17. Mrs. Olivia Carleton.....	...	...	...	...	...	...	...	...	X	...	X	...	...	...
18. Mrs. Flora Price.....	...	...	...	...	...	...	...	...	X	...	X	...	...	...

inny przykład: podział w klubie karate

(W.W.Zachary, 1977)



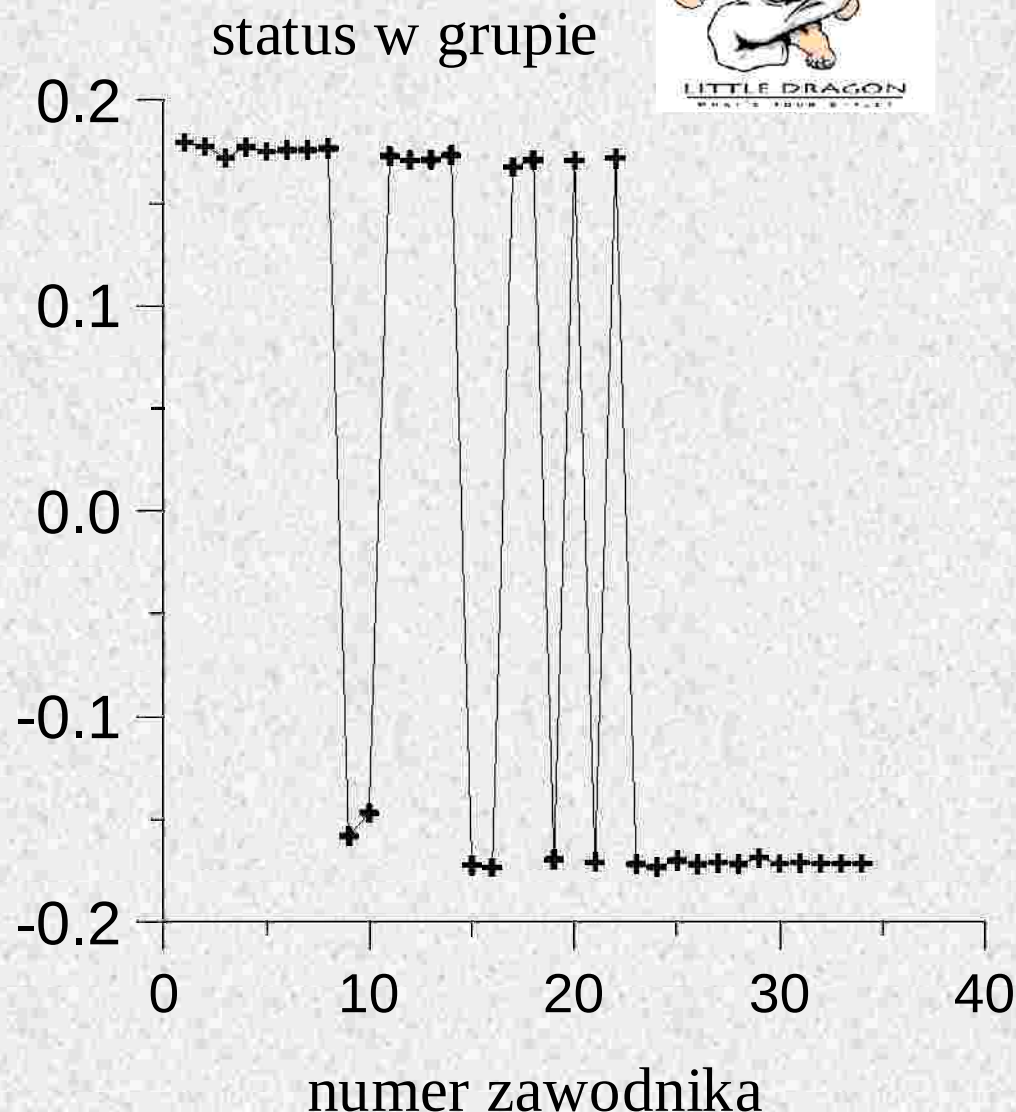
Dane wejściowe:

wiezy (ilosc rozmów ?)
miedzy zawodnikiem i -tym
i j -tym w obserwowanym
okresie czasu

(<http://vlado.fmf.unilj.si/pub/networks/data/UciNet/zachary.dat>)

Główny wynik:

pr zypor zadkowanie
zawodników do dwóch
grup, powstałych w wyniku
konfliktu



wyniki: podsumowanie

- *Wynik analityczny* : jeżeli układ osiągnie równowagę Heidera, to w niej pozostanie.
- *Wynik numeryczny dla grafów w pełni połączonych*: układ osiąga równowagę Heidera w czasie $T(N) \propto 1/N$.

Procesowi towarzyszy polaryzacja stanowisk: $|r(i,j)|$ rośnie.

- *Wyniki numeryczne dla sieci Albert-Barabasi*:
 - równowaga Heidera nie zawsze jest osiągnięta,
 - polaryzacja stanowisk zachodzi **zawsze**.

wnioski

- Dla grafów w pełni połączonych ciągła dynamika prowadzi do równowagi Heidera, tak samo jak dynamika Wanga-Thorngate'a. Ciągła dynamika jest jednak bardziej usprawiedliwiona z punktu widzenia pomiaru.
- Bezpośrednia konsekwencja usuwania dysonansu poznawczego jest polaryzacja opinii. Jest ona obecna również w przypadku sieci Albert-Barabasi, gdzie nie zawsze dochodzi do równowagi Heidera. Ta polaryzacja może być używana do przewidywania konfliktu.

perspektywy

- Wyniki wzmocniają uzasadnienie dla modelu Sznajdów formowania się opinii publicznej. Ten model może być wzbogacony o ciągłą dynamikę.
- Proponowane ujęcie problemu powinno być przydatne w badaniach dynamiki statusu i pozycji w grupie i dynamiki tworzenia się klik.
- Układy nieliniowych r.r., znane z modelowania populacji, mogą być użyteczne w innych działach socjologii matematycznej, stosujących teorie grafów.