



SYMULACJE KOMPUTEROWE W FIZYCE I W ŻYCIU

Krzysztof Kułakowski
WFiS AGH

Techniczny Uniwersytet Otwarty, 28.04.2006



W fizyce:

- nieprzewidywalność**
- chaos**

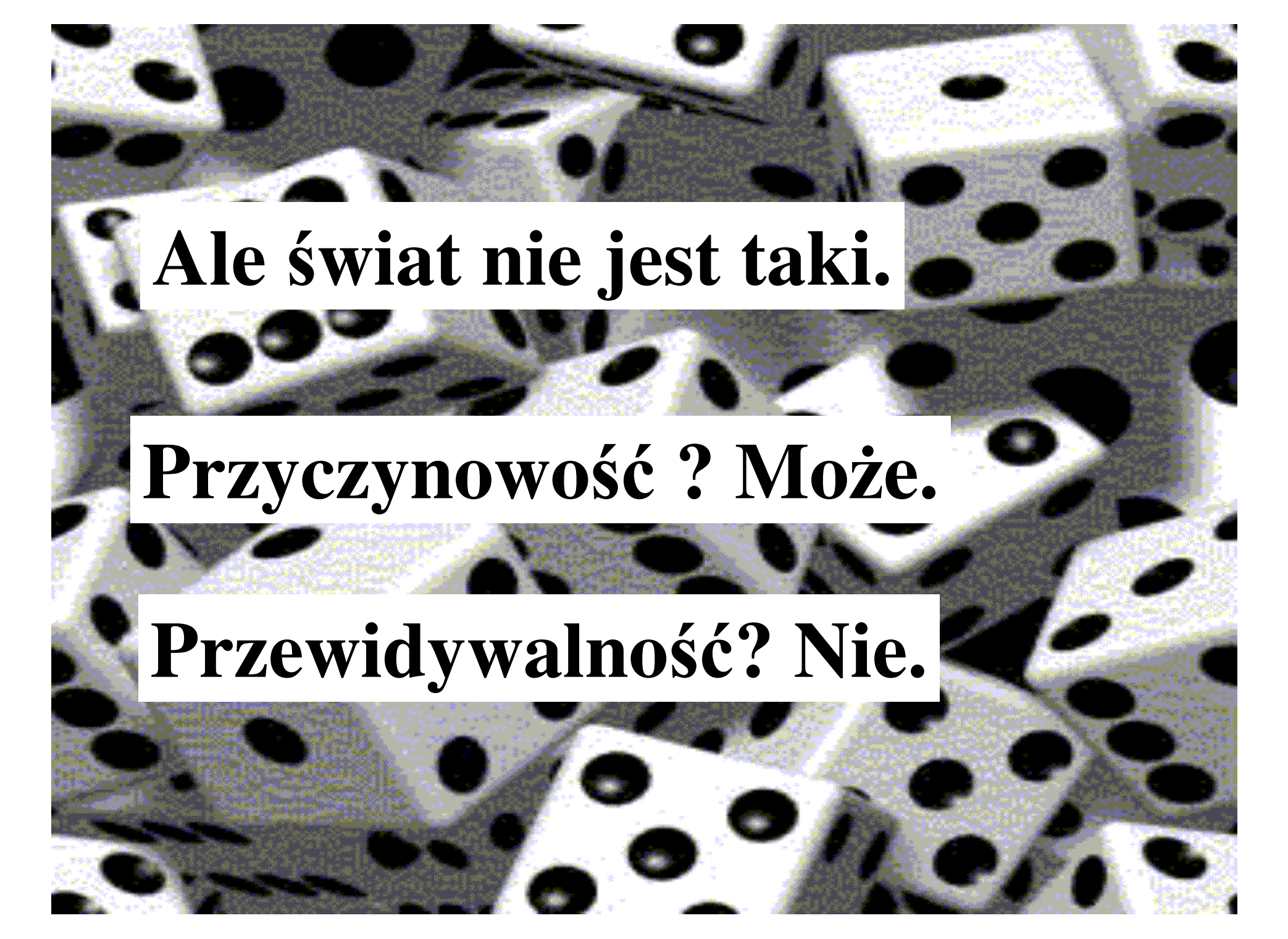
A photograph of a group of people in a dance hall. The room has a wooden floor and is decorated with warm white string lights hanging from the ceiling. Several pairs of people are standing in a line, facing each other, as if they are about to start a social dance. The people are dressed in semi-formal attire. The text is overlaid on the left side of the image.

W życiu:
- ewolucja więzi społecznych
- teoria dobierania się w pary

Pierre Simon de Laplace (1749 - 1827)



“Gdyby jakiś nieograniczony umysł znał w dowolnym momencie wszystkie siły działające w przyrodzie i wzajemne położenie wszystkich jej elementów oraz gdyby umysł ten był wystarczająco potężny, by poddać te dane analizie, mógłby zawrzeć w jednym wzorze ruch najpotężniejszych obiektów wszechświata i najmniejszego atomu. Umysł taki nie znałby pojęcia niepewności i mógłby patrzeć na przyszłość tak jak na przeszłość.”



Ale świat nie jest taki.

Przyczynowość ? Może.

Przewidywalność? Nie.

Przepis Laplace'a:

1. Określ stan początkowy układu
2. Zapisz równanie ruchu i rozwiąż je
3. Znajdź stan układu w przyszłości

Równanie ruchu: $ma = F$

masa

przyspieszenie,
czyli szybkość zmiany
prędkości

Siła, określona
przez warunki
zewnętrzne

Rozwiązanie: położenie i prędkość układu w funkcji czasu

Przepis Laplace'a:

1. Określ stan początkowy
2. Włącz równanie ruchu
3. Oblicz stan w przyszłości

Kontrprzykład: iteracyjne
równanie logistyczne

$$\mathbf{x_{n+1} = a x_n (1-x_n)}$$

Czy ten przepis zawsze działa ?

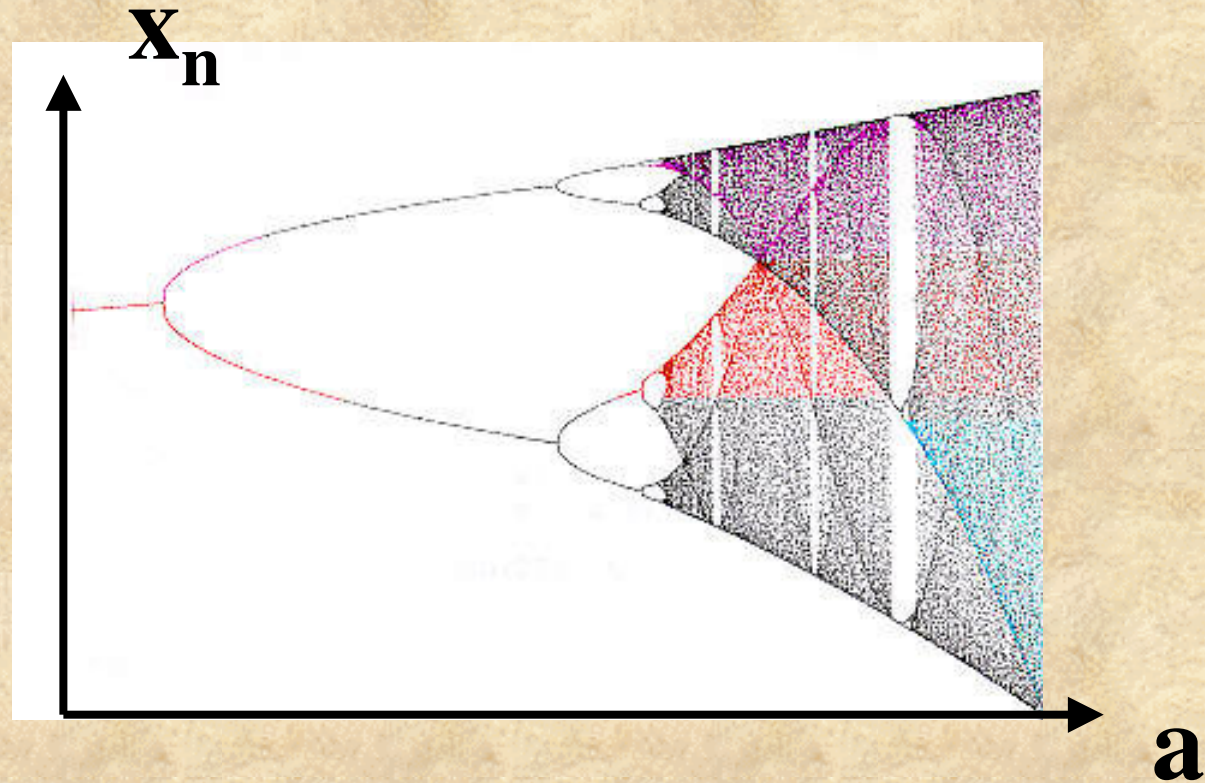
Niektóre równania są złośliwe...

Przepis Laplace'a:

1. Określ stan początkowy
2. Włącz równanie ruchu
3. Oblicz stan w przyszłości

Przykład: iteracyjne
równanie logistyczne

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{a} \mathbf{x}_n (1 - \mathbf{x}_n)$$

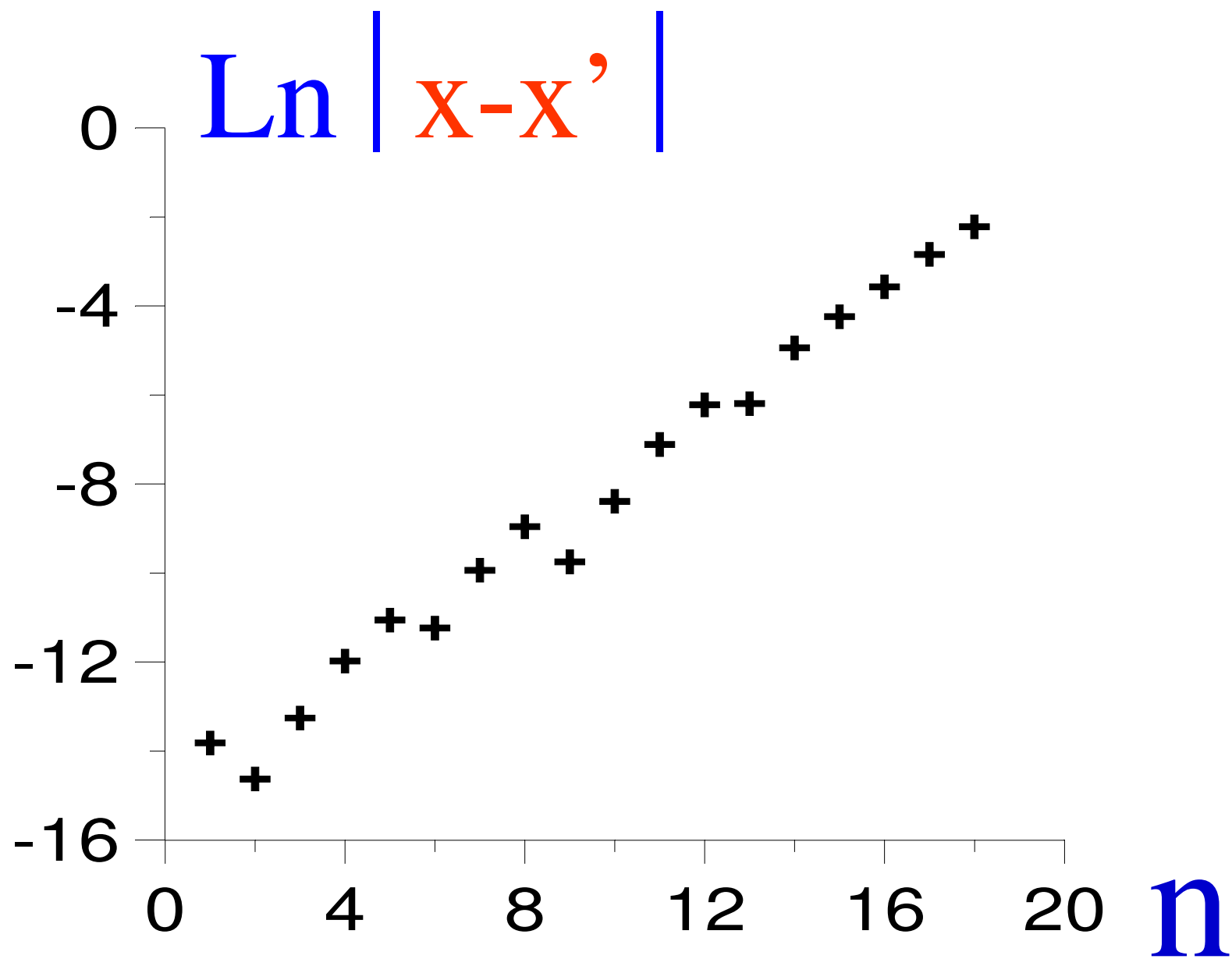


Co psuje przepis Laplace'a?

- 
1. Określ stan początkowy
 2. Włącz równanie ruchu
 3. Oblicz stan w przyszłości

**z jaką
dokładnością?**

n	x(n)	x'(n)
1	0.5555550	0.5555560
2	0.9876545	0.9876541
3	0.0487720	0.0487738
4	0.1855734	0.1855797
5	0.6045438	0.6045596
6	0.9562823	0.9562691
7	0.1672258	0.1672739
8	0.5570454	0.5571733
9	0.9869832	0.9869248
10	0.0513891	0.0516168
11	0.1949930	0.1958102
12	0.6278831	0.6298742
13	0.9345836	0.9325307
14	0.2445483	0.2516687
15	0.7389777	0.7533263
16	0.7715585	0.7433030
17	0.7050238	0.7632145
18	0.8318608	0.7228724

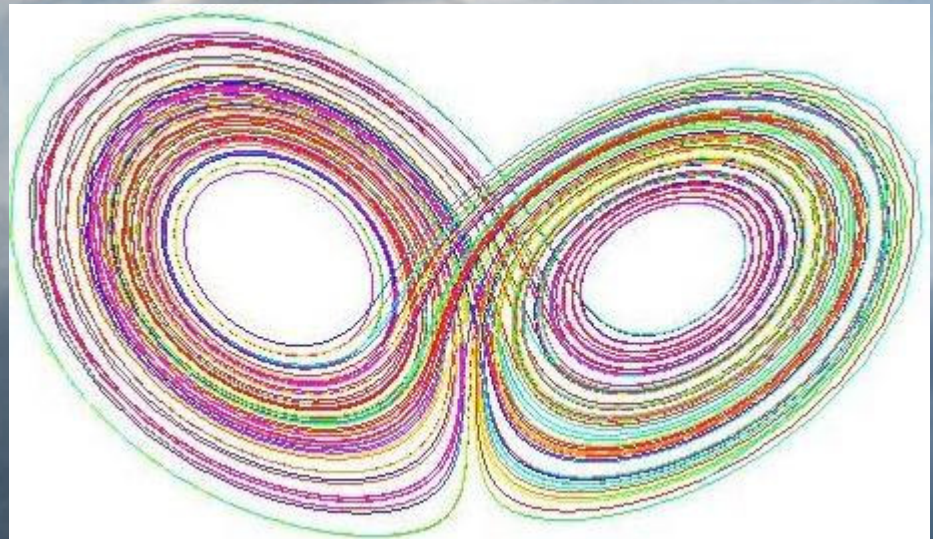


Przykład: **pogoda w Augustowie**

$$dx/dt = \sigma(y-x)$$

$$dy/dt = rx-y-xz$$

$$dz/dt = -bz+xy$$



Dygresja o symulacji: numeryczne rozwiązywanie równań różniczkowych

$$dx/dt = \sigma(y-x)$$

← równanie wyjściowe

$$\Delta x / \Delta t = \sigma(y-x)$$

← przybliżenie numeryczne

$$X[i+1] = X[i] + \Delta t \sigma(y[i] - X[i])$$

$$t = i\Delta t$$

← instrukcje w programie

Inny przykład: **HIPERION**

Księżyc Saturna

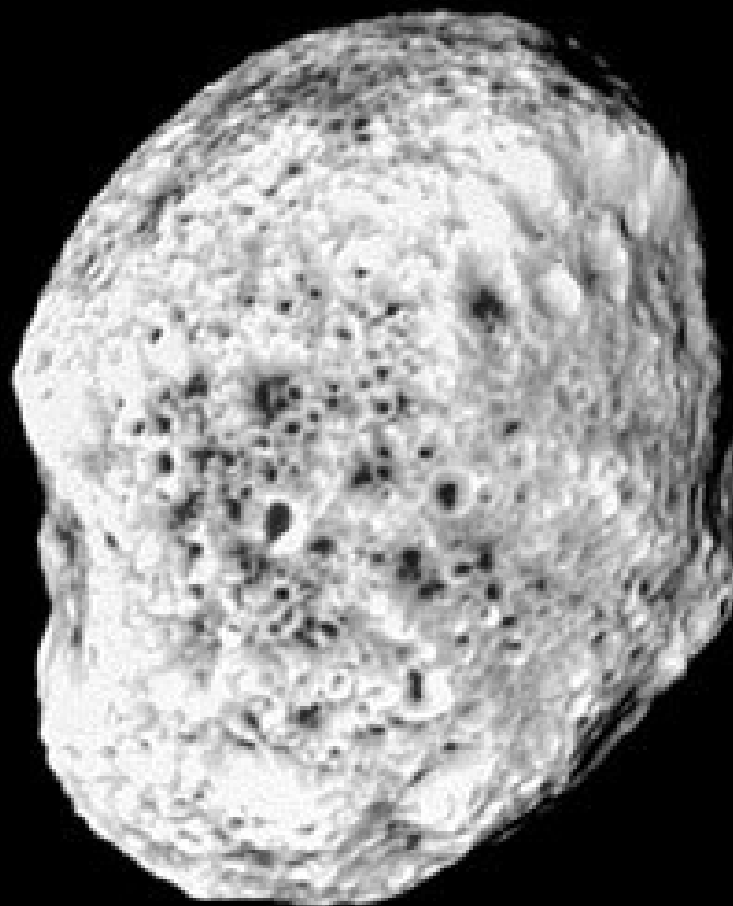
410 x 260 x 220 km

Okres orbity 21 dni 7 godzin

Odkryty 1848

Zdjęcie 26.09.2005

Hiperion koziółkuje
chaotycznie pod wpływem
innego księżyca, Tytana.



Inny przykład:
tzw. wahadło
niepowtarzalne
(WFiIS AGH)



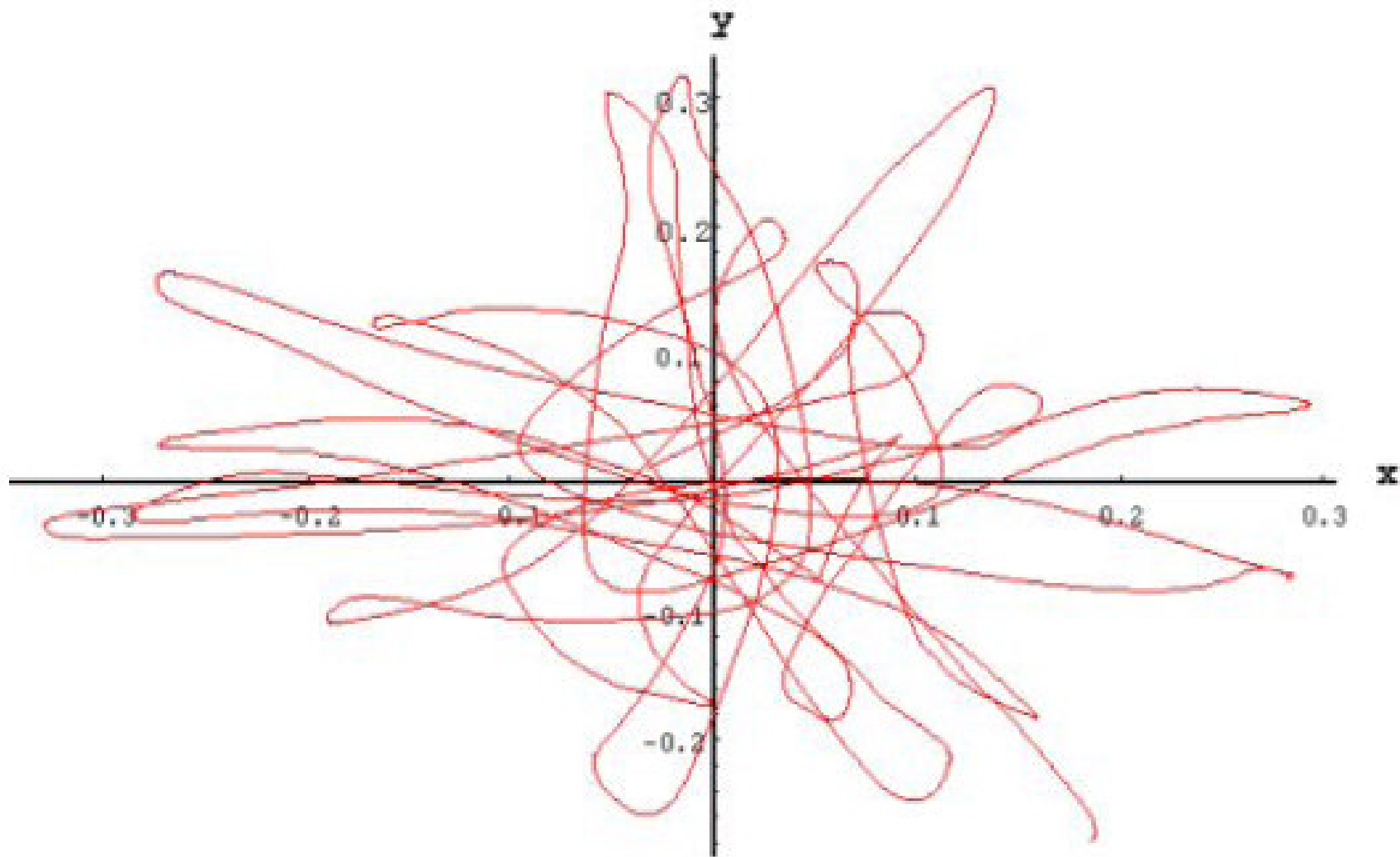


Nigdy nie otrzymamy dwa razy...

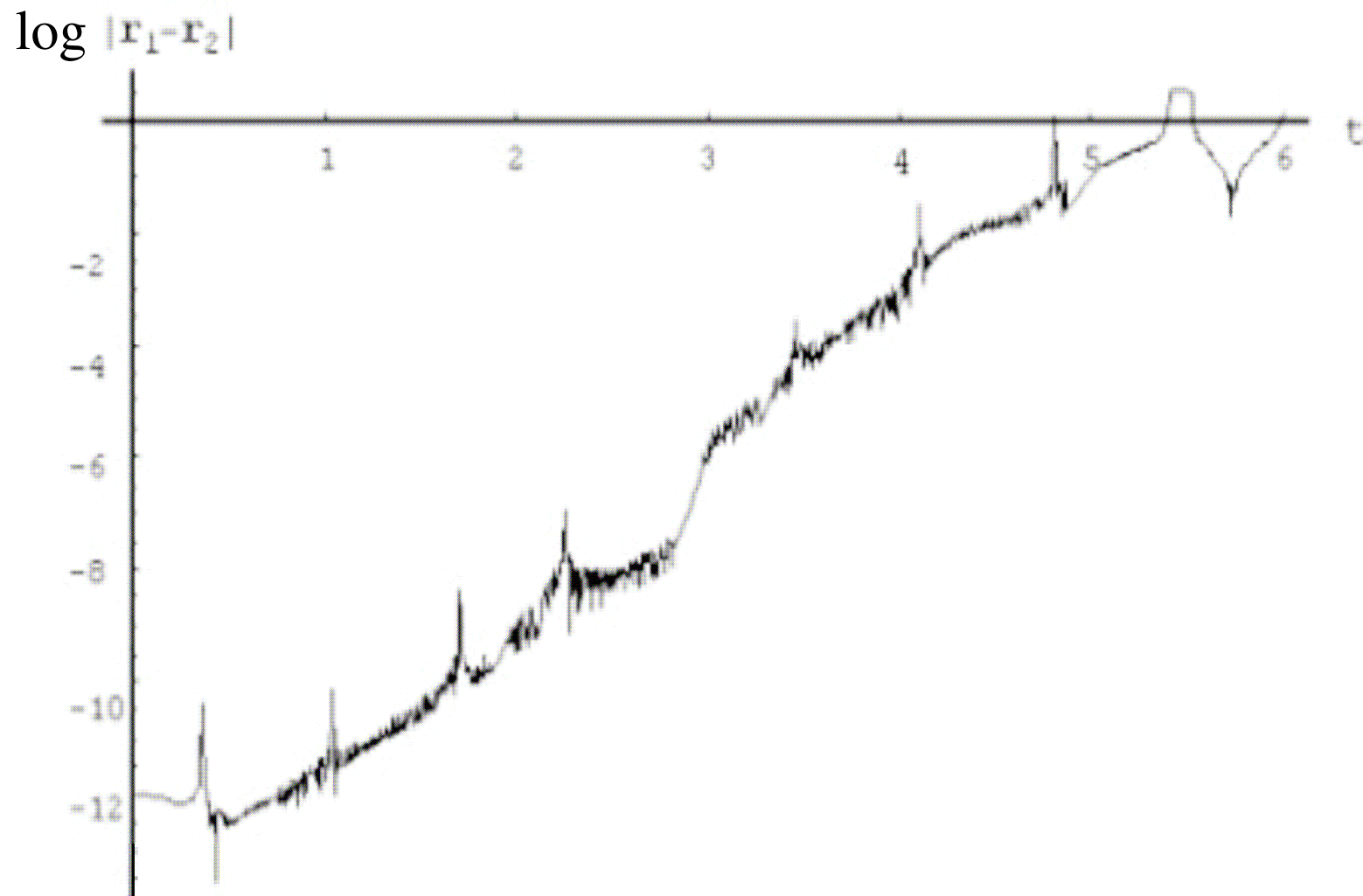


...takiego samego wzoru.

Położenie końca wahadła w różnych momentach czasu – symulacja.



Narastanie w czasie różnicy między trajektoriami.



Wniosek :

Niektóre problemy w fizyce nie dadzą się skutecznie badać metodą symulacji. Ich natura matematyczna sprawia, że rozwiązanie jest bardzo wrażliwe na warunki początkowe, np. położenie i prędkość. Pomiar tych wielkości jest ZAWSZE obciążony pewną niepewnością. Tak więc nauka nie pozwala przewidzieć przyszłości niektórych układów fizycznych.



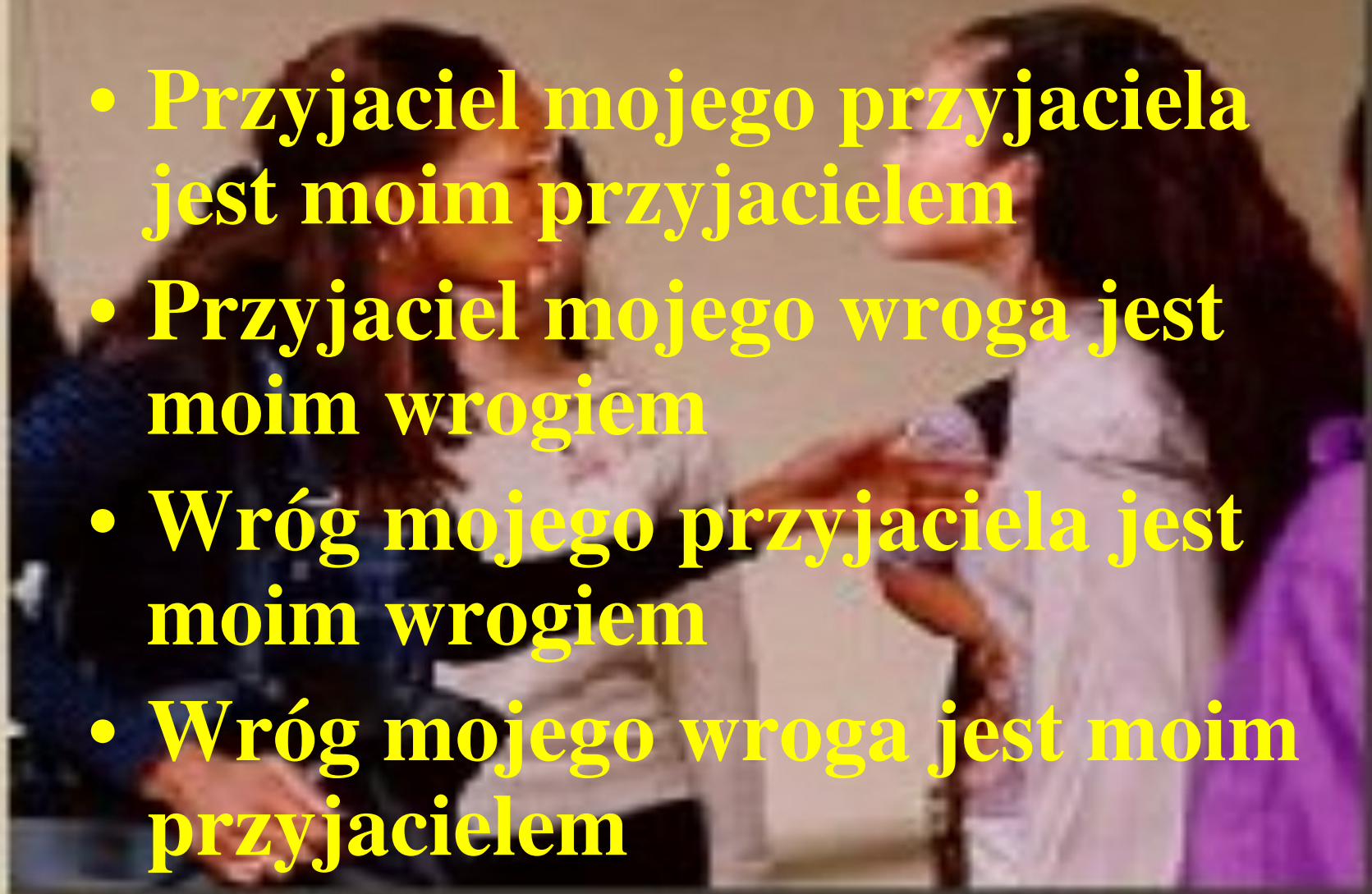
Ewolucja więzi społecznych

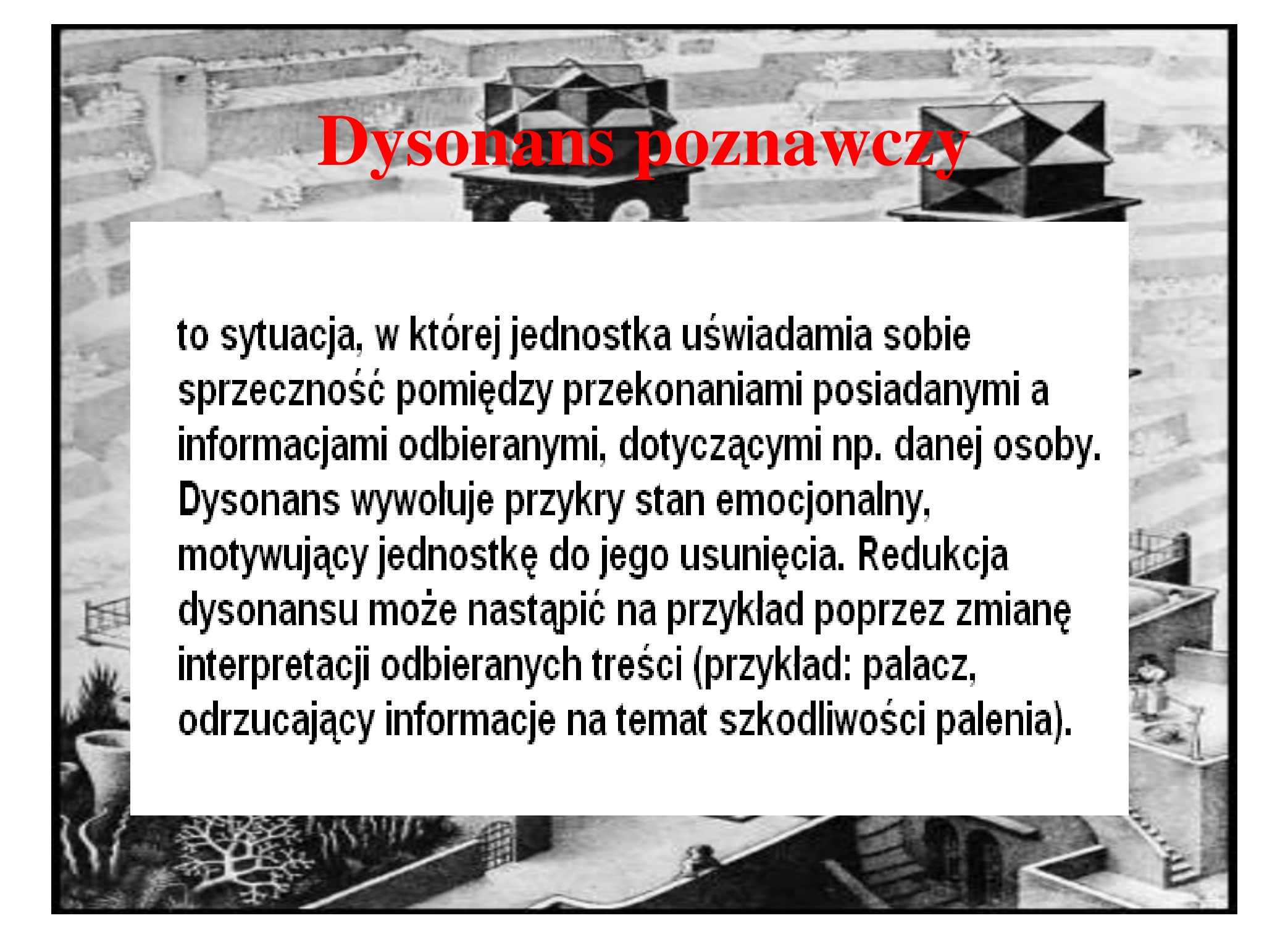
Praca z Przemkiem Gawrońskim
i Piotrem Gronkiem

WFiIS AGH

'algebra' Heidera

- Przyjaciół mojego przyjaciela jest moim przyjacielem
- Przyjaciół mojego wroga jest moim wrogiem
- Wróg mojego przyjaciela jest moim wrogiem
- Wróg mojego wroga jest moim przyjacielem

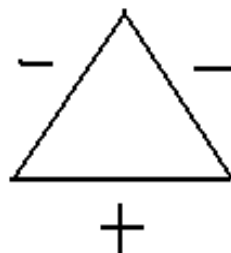
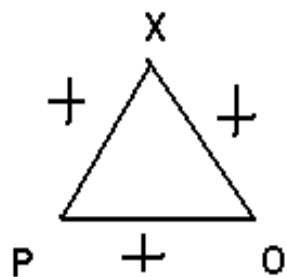




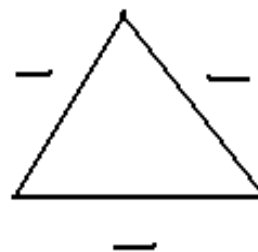
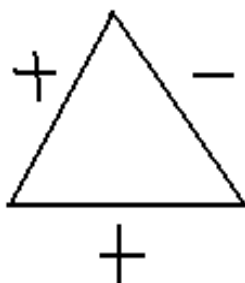
Dysonans poznawczy

to sytuacja, w której jednostka uświadamia sobie sprzeczność pomiędzy przekonaniami posiadanymi a informacjami odbieranymi, dotyczącymi np. danej osoby. Dysonans wywołuje przykry stan emocjonalny, motywujący jednostkę do jego usunięcia. Redukcja dysonansu może nastąpić na przykład poprzez zmianę interpretacji odbieranych treści (przykład: palacz, odrzucający informacje na temat szkodliwości palenia).

Trójki w równowadze



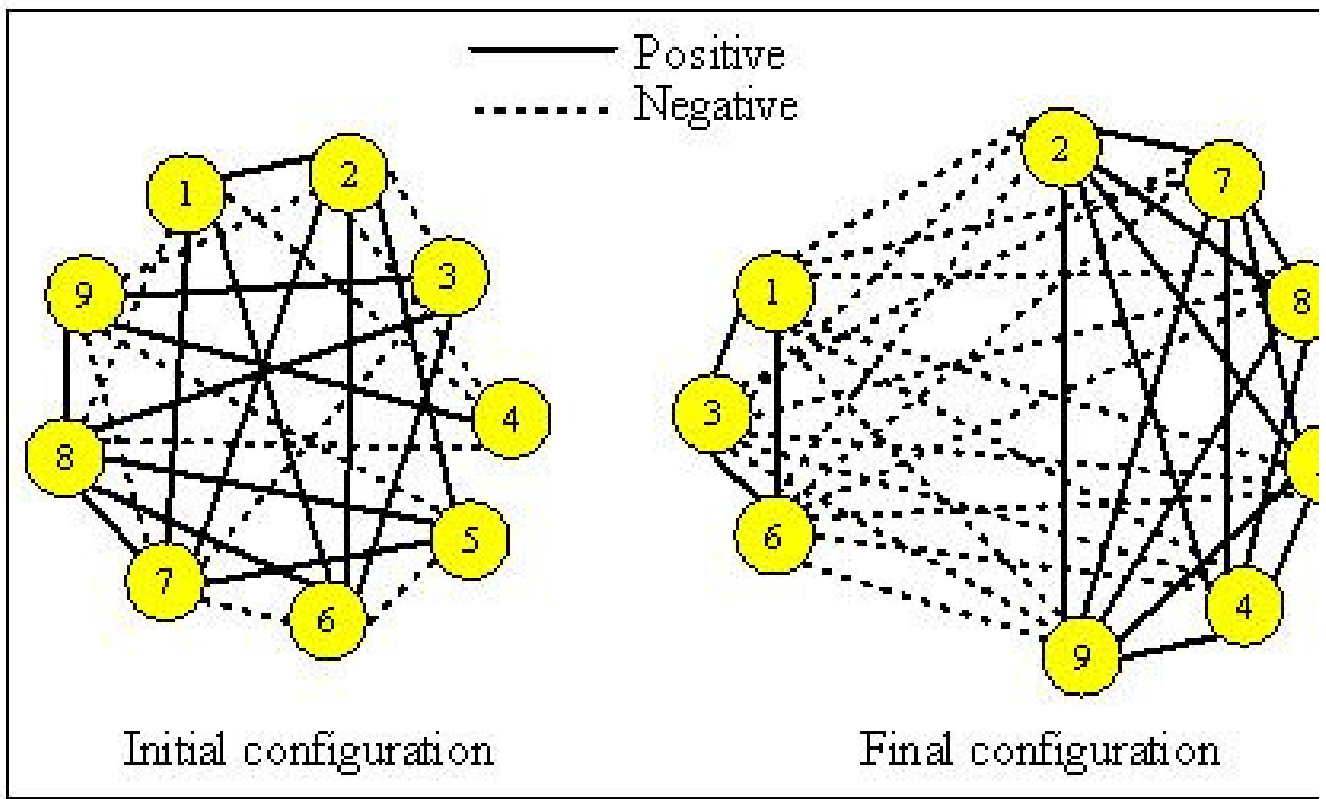
Trójki w nierównowadze



Model 'POX' Heidera (1946)

Równowaga Heidera na sieci – mitoza społeczna

- Graf w pełni połączony: każdą parę wierzchołków łączy krawędź. Krawędziom przypisujemy liczby $c(i,j) = \pm 1$, oznaczające wrogość lub przyjaźń
- Uruchamiamy dynamikę, ‘naprawiającą’ trójki wierzchołków (i,j,k) dla których $c(i,j)c(j,k)c(k,i) < 0$
- **OBSERWUJEMY, że graf dzieli się na dwie części.** Wewnątrz każdej z nich $c(i,j) = +1$. Krawędziom łączącym te części przypisane są wartości -1 . Taki stan nazywa się równowagą Heidera.



- Z.Wang, W.Thorngate, J. of Artificial Societies and Social Simulation (JASSS), Vol 6, No 3.
<http://jasss.soc.surrey.ac.uk/6/3/2.html>

Skala Bogardusa – przykład: Anglicy

(Kleg & Yamamoto, Social Science J. 35 (1998) 183)

- **Zaakceptowałbym Anglika jako:**
 - 1. członka rodziny**
 - 2. najlepszego przyjaciela**
 - 3. sąsiada zza ściany**
 - 4. współpracownika w biurze**
 - 5. znajomego w rozmowie**
 - 6. gościa w moim kraju**
 - 7. Nie pozwoliłbym na jego wjazd do mojego kraju.**

Odległość Bogardusa badana w USA: średnia i pozycja na skali w **1925** i **1993**

Anglicy	1.27	1	1.17	2	Rosjanie	4.57	14	1.33	13
Szkoci	1.69	2	1.22	6	Indianie	4.65	15	1.44	16
Irlandczycy	1.93	3	1.14	1	Żydzi	4.83	16	1.42	15
Francuzi	2.04	4	1.20	4	Grecy	4.89	17	1.38	14
Holendrzy	2.12	5	1.25	9	Arabowie	5.00	18	2.21	24
Szwedzi	2.44	6	1.21	5	Meksykanie	5.02	19	1.56	18
Duńczycy	2.48	7	1.23	7	Murzyni	5.10	20	1.55	17
Norwegowie	2.67	8	1.25	8	Chińczycy	5.28	21	1.68	20
Niemcy	2.89	9	1.27	10	Japończycy	5.30	22	1.62	19
Hiszpanie	3.28	10	1.29	11	Koreańczycy	5.55	23	1.72	21
Włosi	3.98	11	1.19	3	Turcy	5.80	24	1.77	22
Hindusi	4.35	12	1.95	23					
Polacy	4.57	13	1.30	12	Średnia	3.82		1.43	

tu: podejście ciągłe

Zamiast $c(i,j)=\pm 1$ używamy liczb rzeczywistych $r(i,j)$

Uzasadnienie: w pomiarach socjologicznych używa się liczb rzeczywistych (skala Bogardusa)

Równanie ruchu:

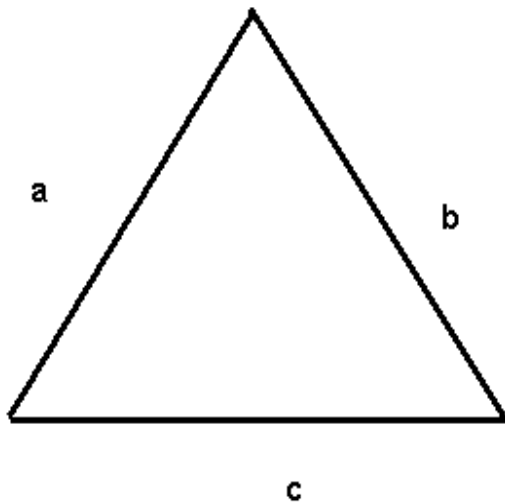
$$\frac{dr(i, j)}{dt} = \sum_k r(i, k) r(k, j)$$

lub z ograniczeniem na $r(i,j)$, np:

$$\frac{dr(i, j)}{dt} = \left[1 - \frac{r^2(i, j)}{R^2} \right] * \sum_k r(i, k) r(k, j)$$

gdzie $r(i,j)$ mieszczą się w przedziale $(-R, R)$.

Najprostszy przykład: $N=3$



$$\frac{da}{dt} = b c (1 - a^2/R^2)$$

$$\frac{db}{dt} = c a (1 - b^2/R^2)$$

$$\frac{dc}{dt} = a b (1 - c^2/R^2)$$

- Warunek równowagi:

$$abc > 0$$

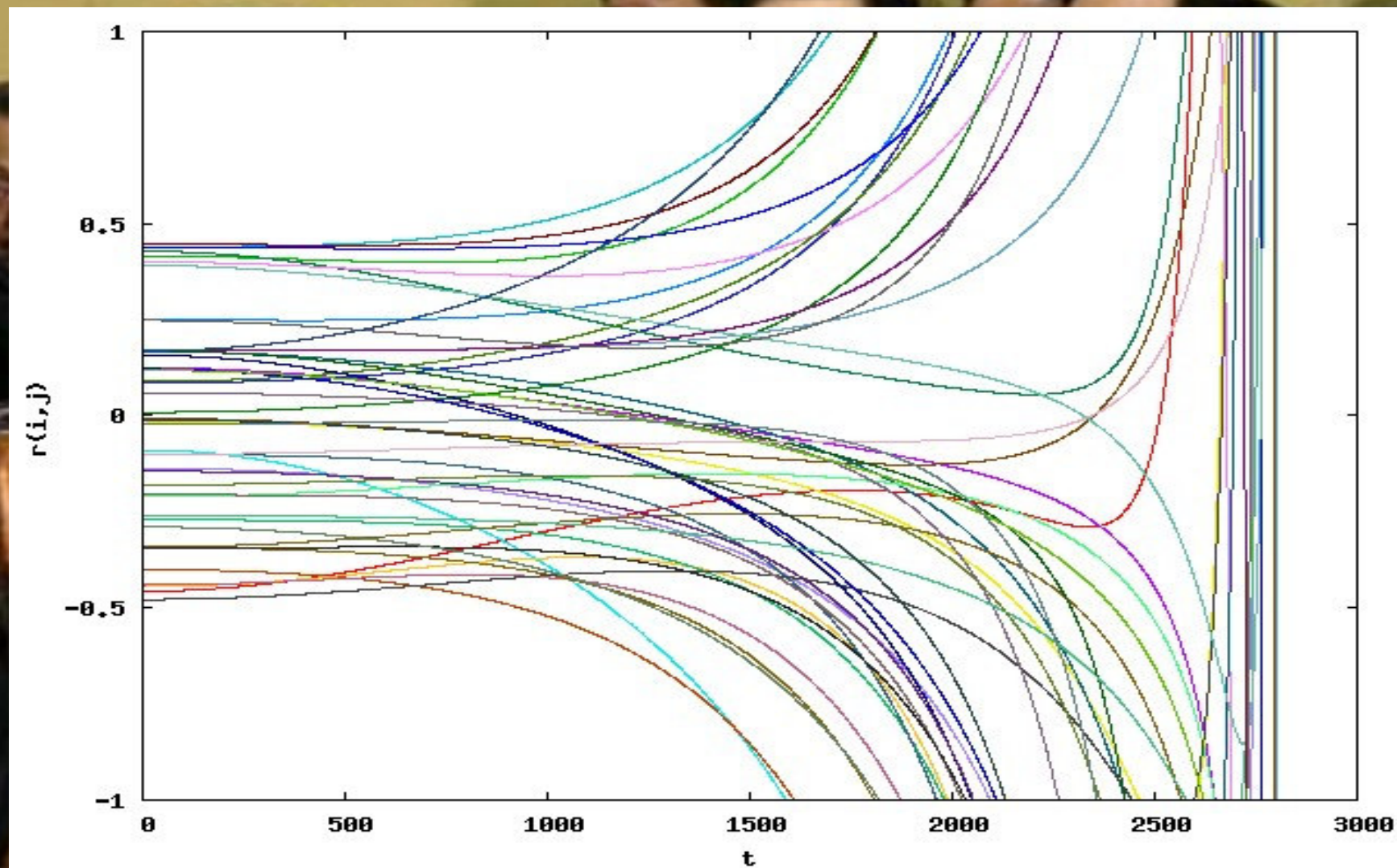
pociąga, że:

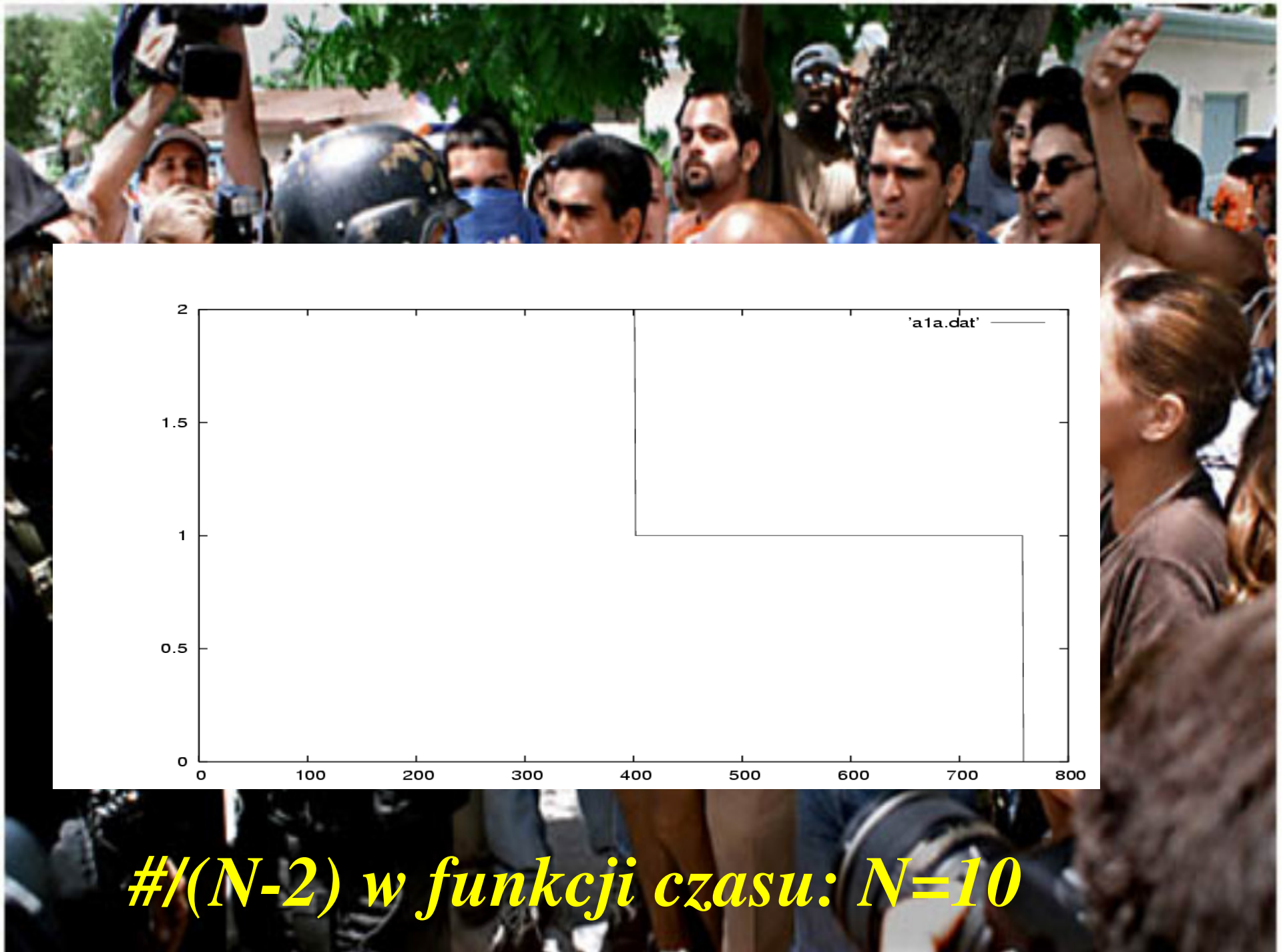
albo $a > 0$ i rośnie,

albo $a < 0$ i maleje,

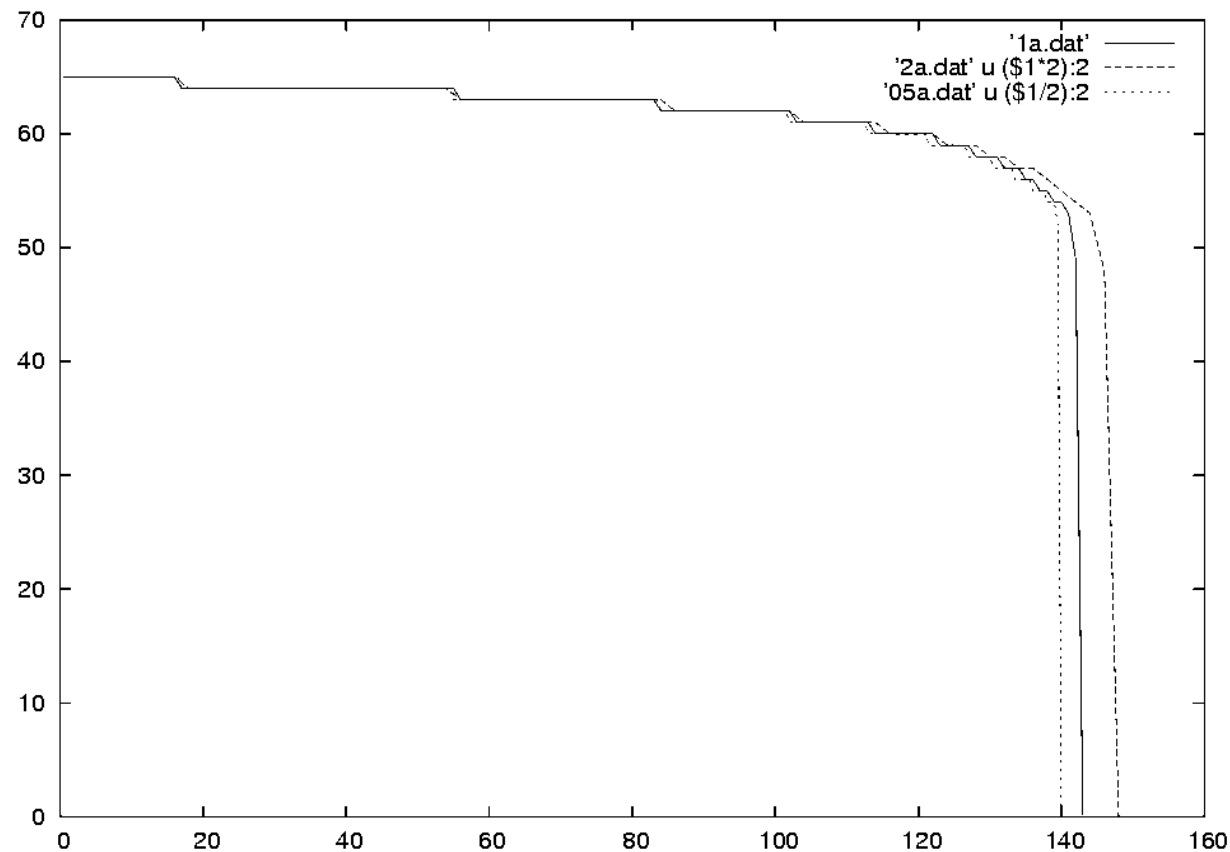
i to samo dla b , c .

Zależność elementów $r(i,j)$ od czasu

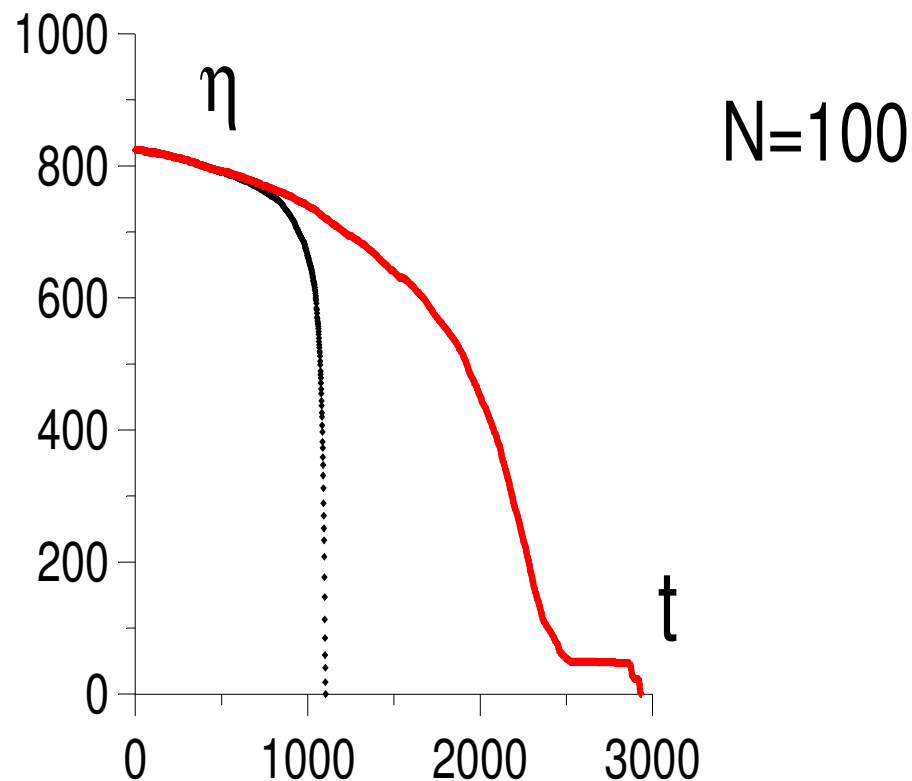




#/(N-2) w funkcji czasu: $N=200$



Silne ograniczenie zakresu $r(i,j)$ może prowadzić do wydłużenia i wygładzenia przebiegu procesu dochodzenia do równowagi Heidera



- Brak ograniczenia
- Ograniczenie $r(i,j)$ do zakresu $(-1,1)$ rozkładem prostokątnym



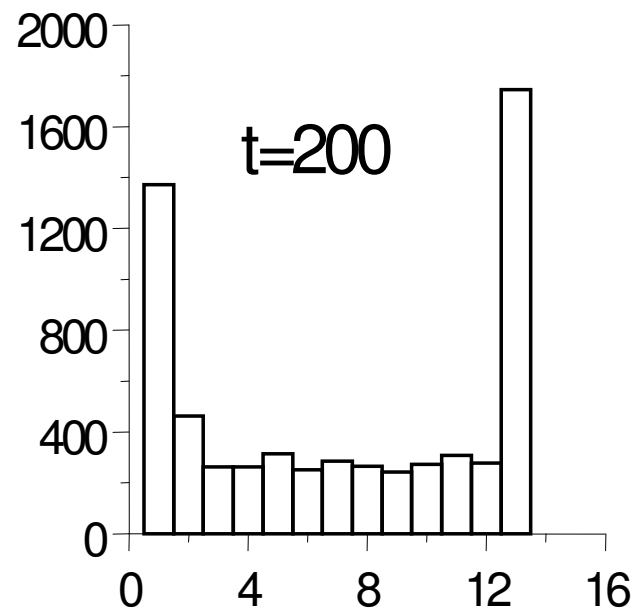
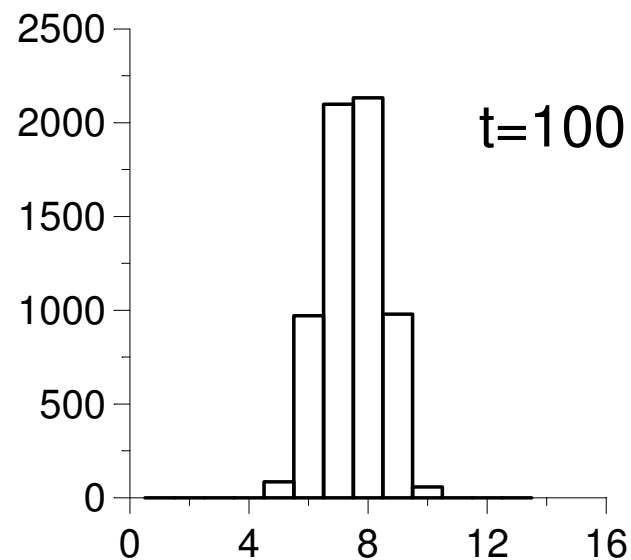
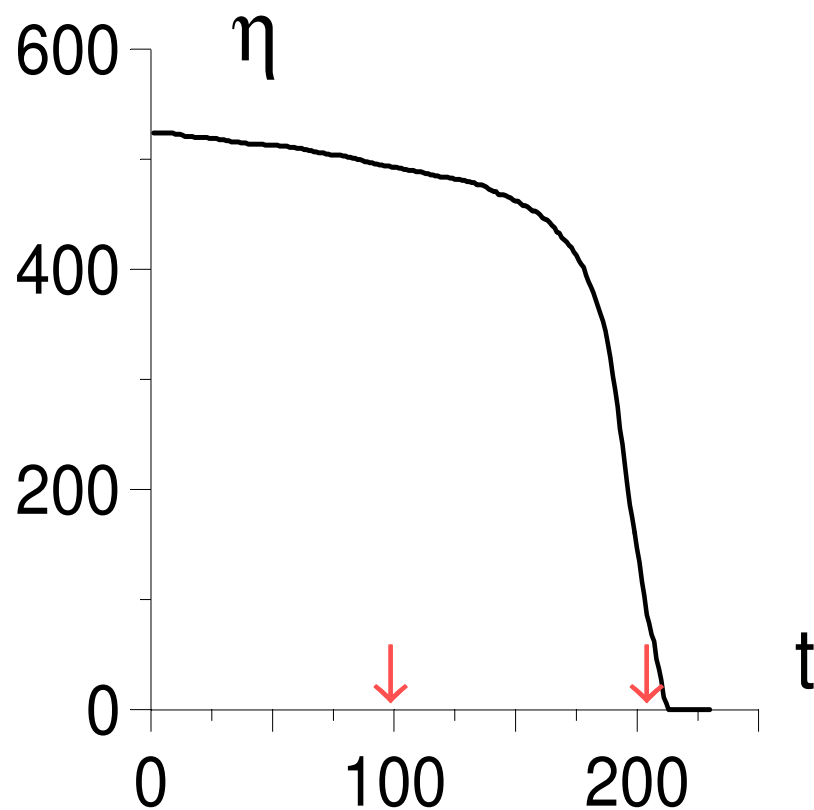
Bez ograniczeń

Box 37
Free Concerts



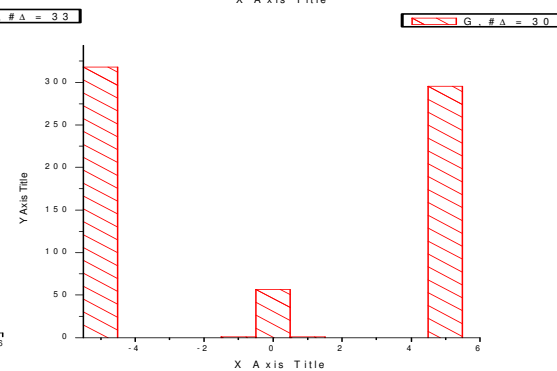
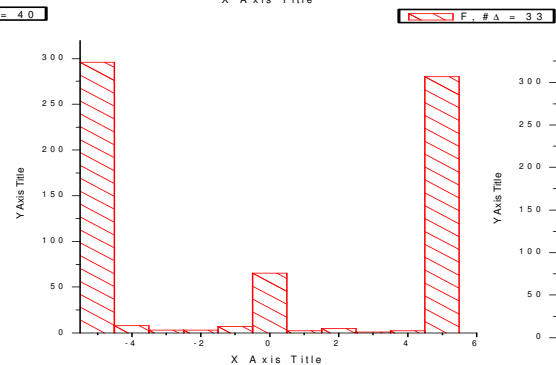
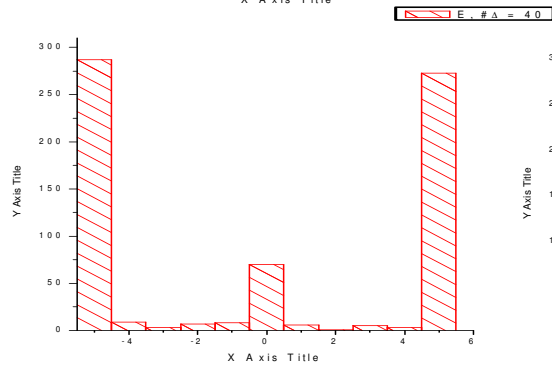
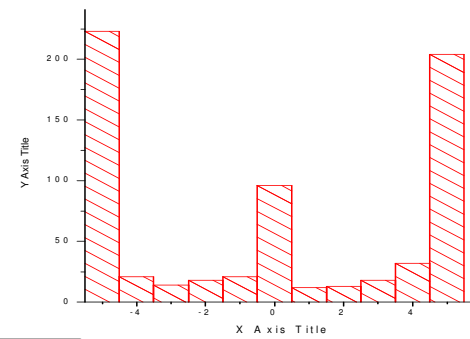
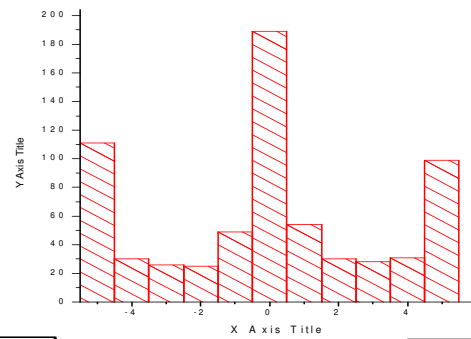
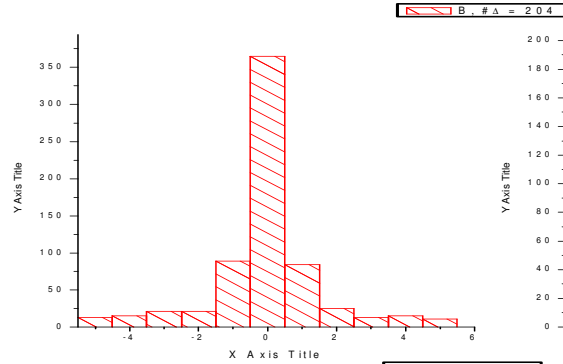
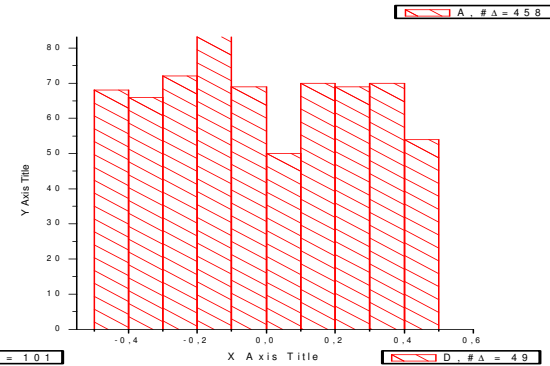
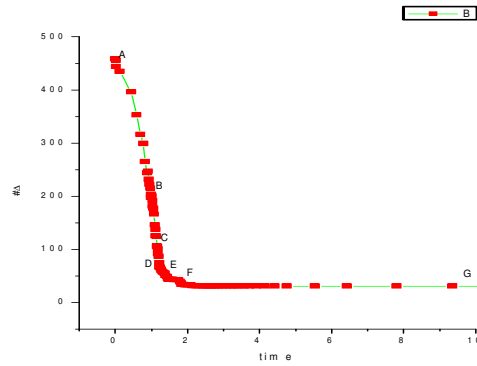
Silne ograniczenia

***Dynamika
rozkładu $r(i,j)$.***



Polaryzacja opinii w braku równowagi Heidera

$M=7$



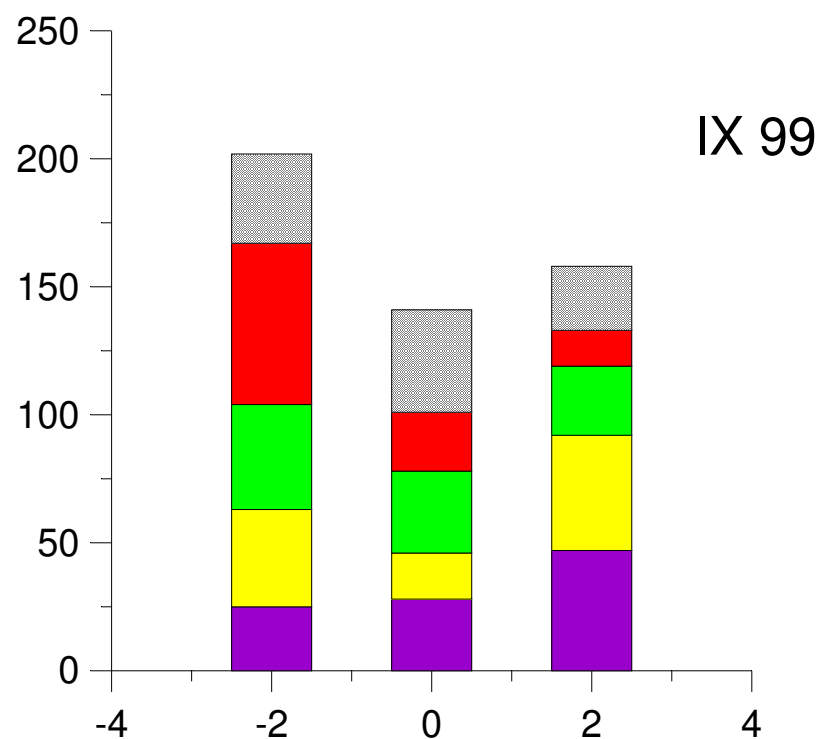
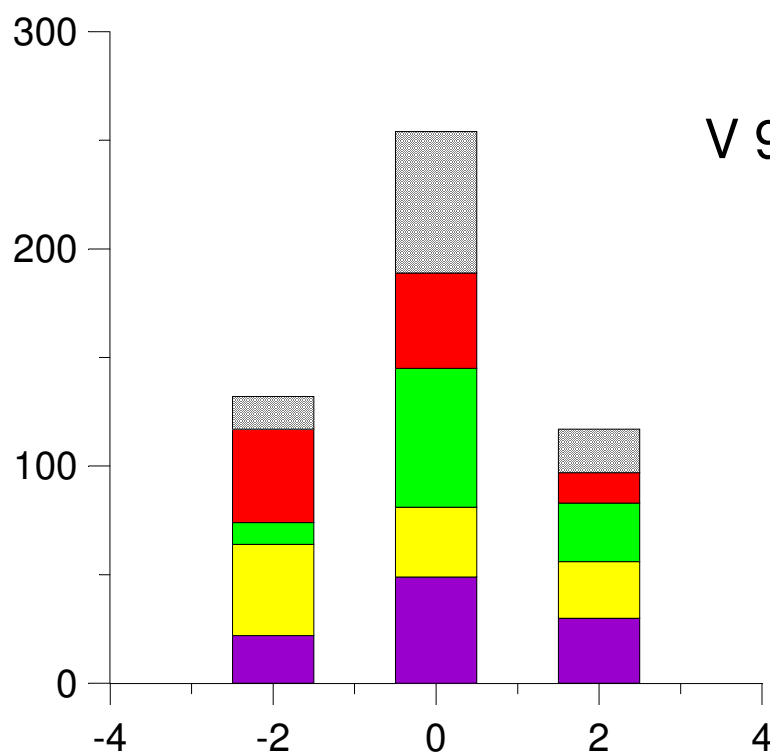


*Jak Pan(i) ocenia dotychczasowe skutki
wejścia w życie ustawy lustracyjnej?*



Maj 1999

Listopad 1999



(raport CBOS, BS/152/1999)

przykład: kobiety z Natchez

- **Dane:** lista obecności 18 pań z miasteczka Natchez w Mississippi na 14 imprezach w 1935 roku.
- **Freeman, 2003** : 21 sposobów określania klik i ich liderów.
- **Bonacich+Lloyd, 2004** : jak obliczać status członków grup, jeśli $r(i,j) < 0$.
- **Tu:** $r(i,j,t=0) = P(i/j)P(j) - P(i)P(j)$
- **Wynik:** zgodny z ‘najlepszymi’ szacowaniami Freemana.
- **Uwaga krytyczna:** dynamika nie zmieniła podziału, który był założony od początku.



Phot. by Ben Shahn, Natchez, MS, October 1935

Southern Women, 1935

NAMES OF PARTICIPANTS OF GROUP I	CODE NUMBERS AND DATES OF SOCIAL EVENTS REPORTED IN <i>Old City Herald</i>													
	(1) 6/27	(2) 3/2	(3) 4/12	(4) 9/26	(5) 2/25	(6) 5/19	(7) 3/15	(8) 9/16	(9) 4/8	(10) 6/10	(11) 2/23	(12) 4/7	(13) 11/21	(14) 8/3
1. Mrs. Evelyn Jefferson.....	X	X	X	X	X	X		X	X					
2. Miss Laura Mandeville.....	X	X	X		X	X	X	X						
3. Miss Theresa Anderson.....		X	X	X	X	X	X	X	X					
4. Miss Brenda Rogers.....	X		X	X	X	X	X	X						
5. Miss Charlotte McDowd.....			X	X	X		X							
6. Miss Frances Anderson.....			X		X	X		X						
7. Miss Eleanor Nye.....					X	X	X	X						
8. Miss Pearl Oglethorpe.....						X		X	X					
9. Miss Ruth DeSand.....					X		X	X	X					
10. Miss Verne Sanderson.....							X	X	X			X		
11. Miss Myra Liddell.....								X	X	X		X		
12. Miss Katherine Rogers.....								X	X	X		X	X	X
13. Mrs. Sylvia Avondale.....							X	X	X	X		X	X	X
14. Mrs. Nora Fayette.....						X	X		X	X	X	X	X	X
15. Mrs. Helen Lloyd.....							X	X		X	X	X		
16. Mrs. Dorothy Murchison.....								X	X					
17. Mrs. Olivia Carleton.....									X		X			
18. Mrs. Flora Price.....									X		X			

inny przykład: podział w klubie karate

(W.W.Zachary, 1977)



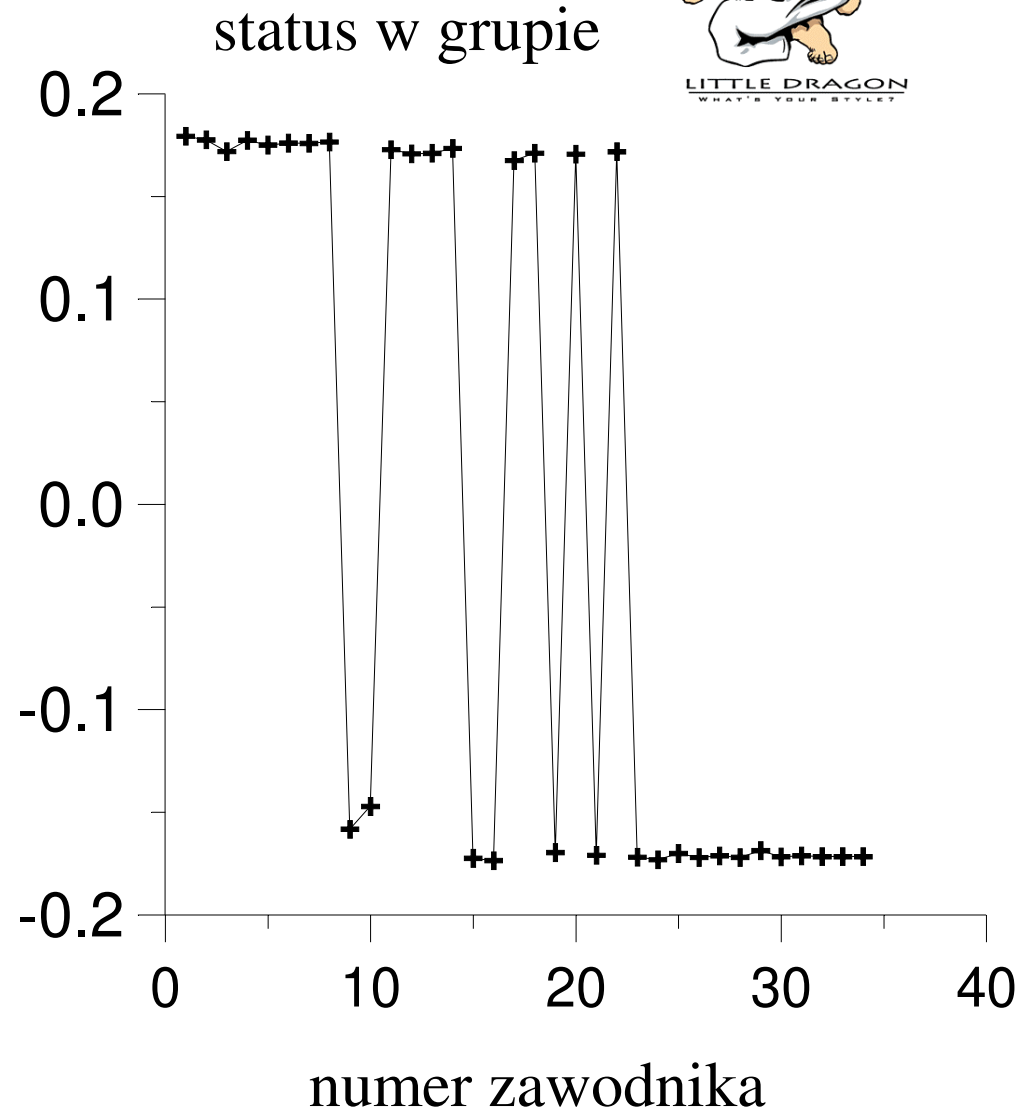
Dane wejściowe:

więzy (ilość rozmów ?)
między zawodnikiem i -tym
 j -tym w obserwowanym
okresie czasu

(<http://vlado.fmf.unilj.si/pub/networks/data/UciNet/zachary.dat>)

Główny wynik:

przyporządkowanie
zawodników do dwóch
grup, powstałych w wyniku
konfliktu



wnioski z teorii relacji społecznych

Bezpośrednią konsekwencją usuwania dysonansu poznawczego jest polaryzacja opinii. Jest ona obecna również w przypadku sieci nie w pełni połączonych, gdzie nie zawsze dochodzi do równowagi Heidera. Ta polaryzacja może być używana do przewidywania konfliktu.



A photograph of a group of people in a dance hall, practicing partner dancing. The room has a wooden floor and is decorated with string lights along the ceiling. Several pairs of people are visible, some in formal attire and others in more casual clothing. The text "Teoria dobierania się w pary" is overlaid in white serif font across the middle of the image.

Teoria dobierania się w pary

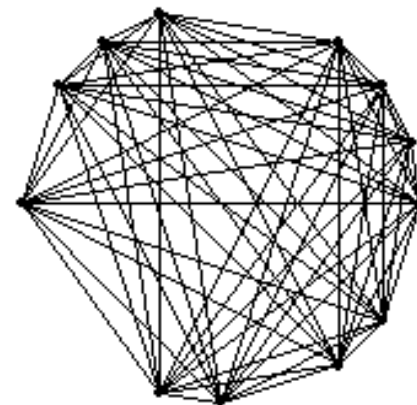
Praca z Mateuszem Waśko
WFiIS AGH, Kraków



Dimeryzacja = proces łączenia się merów w cząsteczki dwuczłonowe

Dimeryzacja społeczna = proces łączenia się członków społeczności w pary

Grupa społeczna jako graf



Grupa społeczna jako graf

- Każdy węzeł (członek grupy) posiada pewne zasoby $p(i)$
- Wszystkie węzły grafu są w stanie początkowym ze sobą połączone (graf pełny)
- Krawędzie grafu są scharakteryzowane przez liczby dodatnie $r(i,j)$, które określają wymianę zasobów

Dynamika układu



Dynamika układu

- Zmiany zasobów członków grupy są określane przez równania:

$$\frac{dp(i)}{dt} = N^2 - \left[\sum_{j=1}^N p(j) \right]^2 + \sum_{j=1}^N [r(j, i) p(j) - r(i, j) p(i)]$$

- Dwa pierwsze czynniki po prawej stronie gwarantują skończoność sumy zasobów wszystkich członków grupy

A photograph of a man and a woman dancing at a social event. The man, on the left, is wearing a dark suit and a white shirt with a dark tie. He is looking towards the woman with a slight smile. The woman, on the right, is wearing a white, sleeveless, knee-length dress with a subtle pattern. She is looking back at the man. They are standing on a wooden floor with a checkered pattern. In the background, there are other people, some blurred, and a large white spherical decoration hanging from the ceiling. The lighting is warm and ambient.

Dynamika układu cd.

Dynamika układu cd.

Zmiana ruchu zasobów podporządkowana jest regule:

$$\frac{dr(i, j)}{dt} = \alpha \left(r(j, i) p(j) - \frac{\sum_k r(k, i) p(k)}{N - 1} \right)$$

gdzie α jest prędkością reorientacji wymiany zasobów

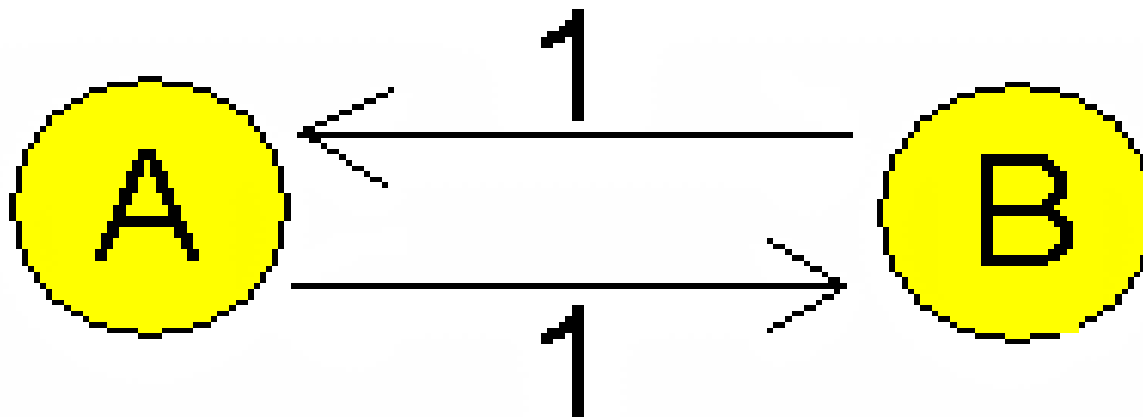
Obowiązuje zasada:

dajemy więcej temu kto nam daje więcej



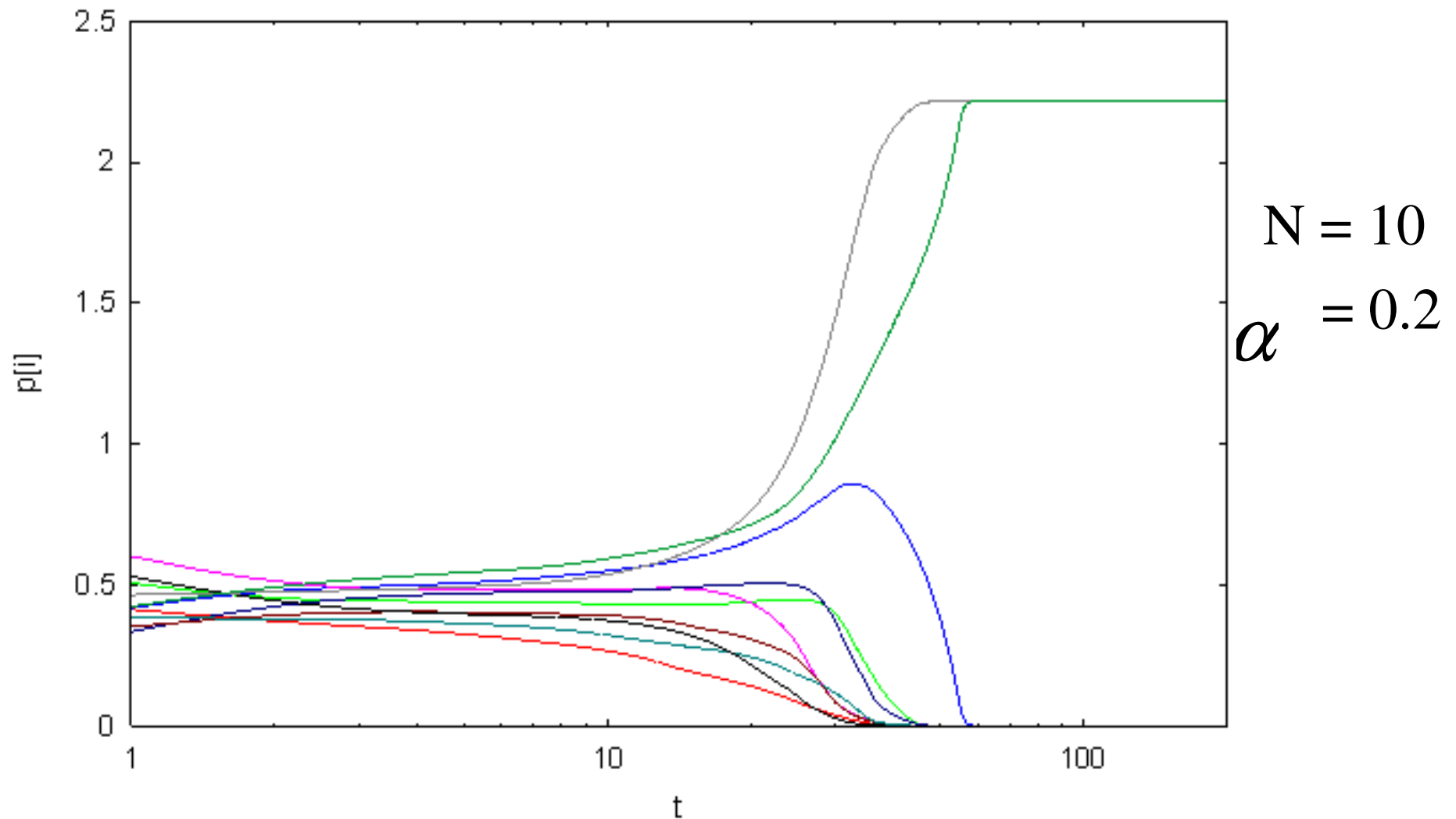
Co to znaczy tworzyć parę?

Co to znaczy tworzyć parę?

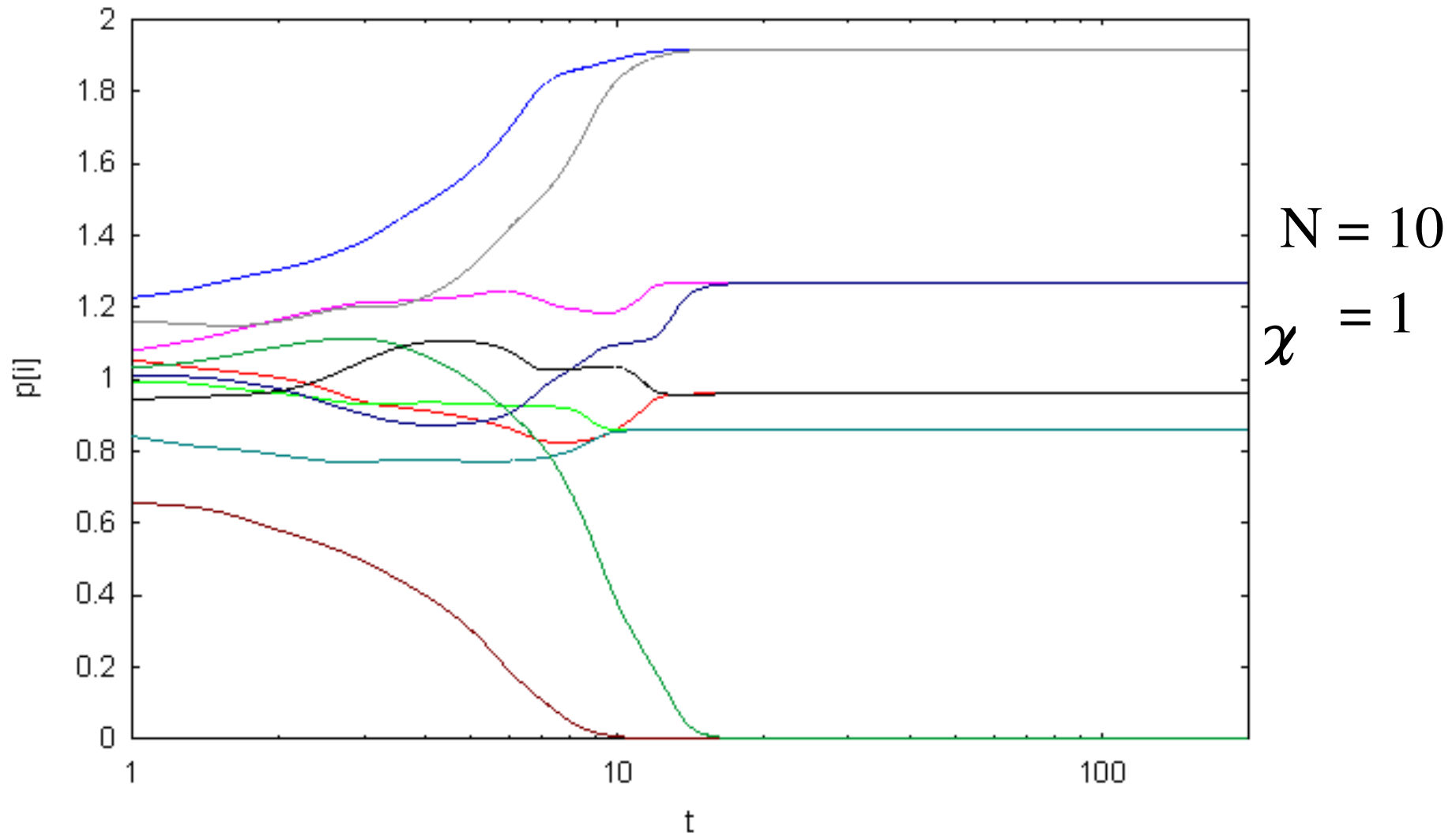


$$p(A) = p(B)$$

Efektywność dimeryzacji – zależność od α



Efektywność dimeryzacji – zależność od α



Zmiana ruchu zasobów – nowe podejście



Zmiana ruchu zasobów – nowe podejście

Po usunięciu zasobów p z równania opisującego zmianę przepływu powoduje zmianę sposobu patrzenia na świat każdego członka grupy – teraz dajemy więcej temu kto daje nam większy procent swoich zasobów, niezależnie od tego ile ich jest.

$$\frac{dr(i, j)}{dt} = \alpha \left(r(j, i) - \frac{\sum_k r(k, i)}{N - 1} \right)$$

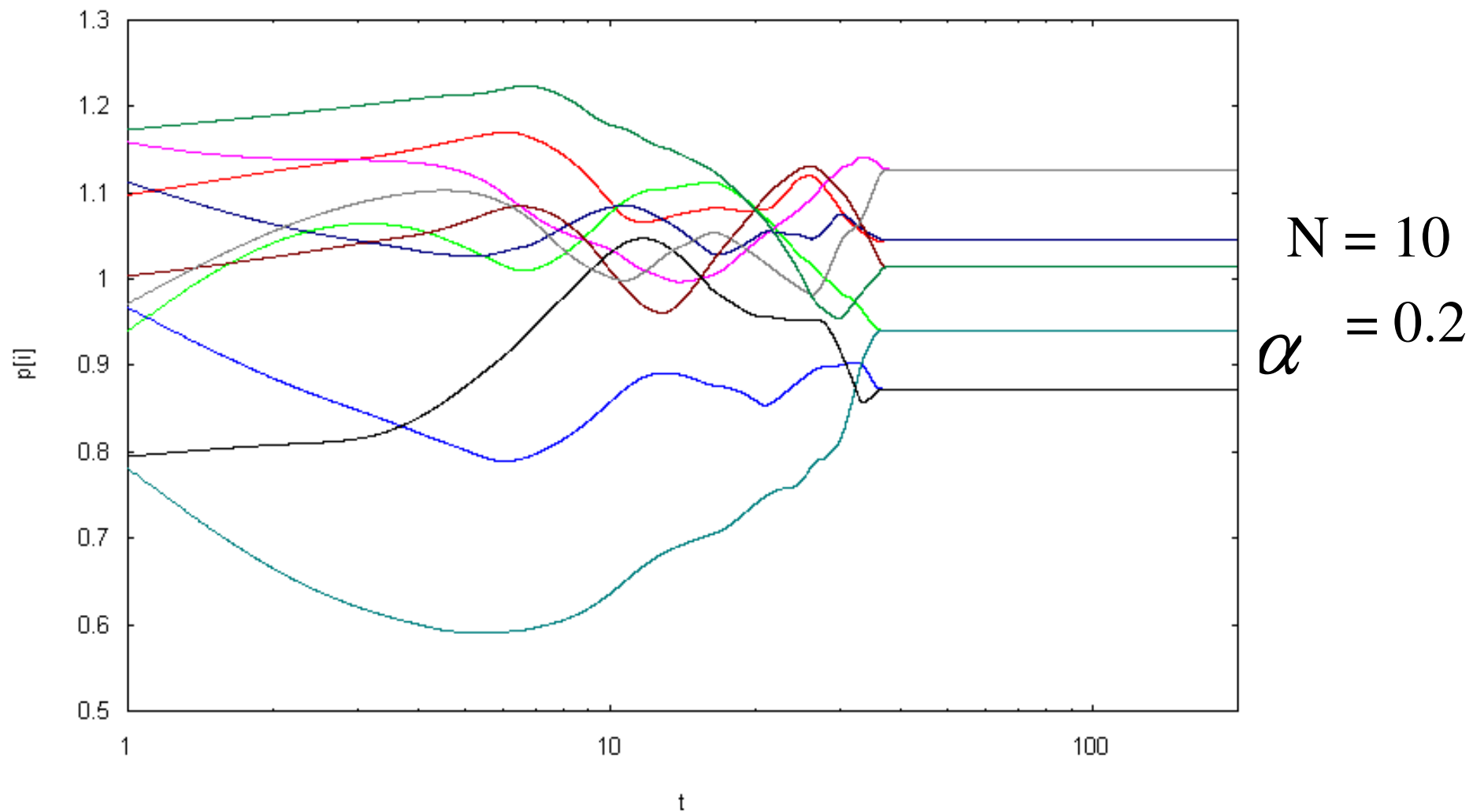
Nowe wnioski

- Okazuje się, że w takim przypadku prawie za każdym razem dochodzi do łączenia się w pary
- Parametr α jest teraz odpowiedzialny jedynie za szybkość znalezienia partnera

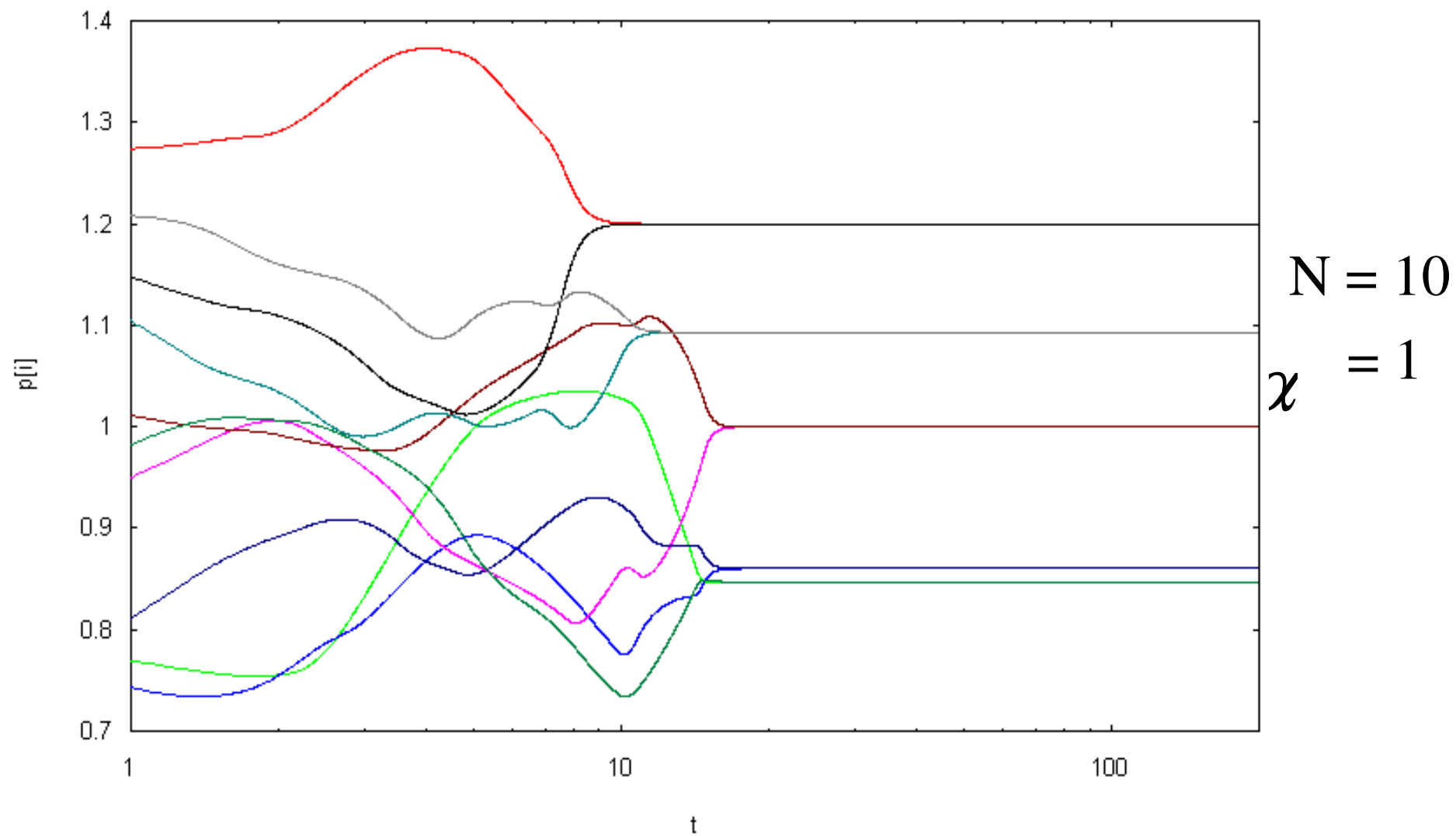
**Skutek:
Efektywność
społecznej
dimeryzacji
rośnie**



Zwiększona efektywność



Zwiększona efektywność



Powstawanie trójkątów

- Zdarzają się jednak przypadki, że wśród członków grupy powstają trzyosobowe podgrupy
- Można wyróżnić dwa typy trójkątów



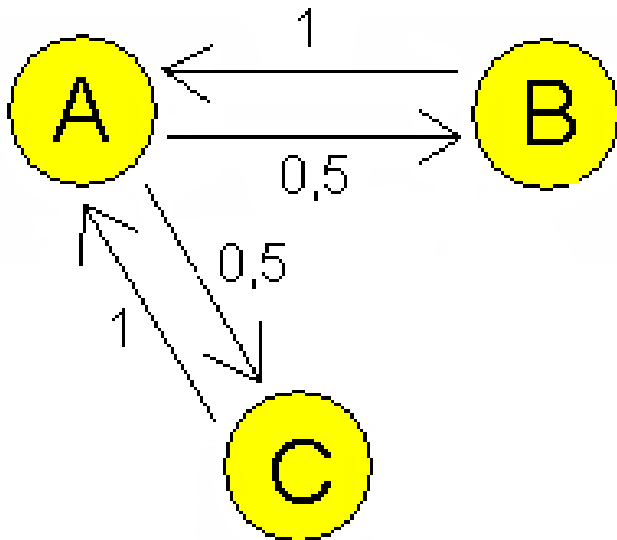
Typ 1

A photograph of three young women dancing at night. The woman on the left is wearing a pink long-sleeved shirt and blue jeans, with a large striped bag slung over her shoulder. The woman in the center is wearing a light blue denim jacket and dark pants, with her back to the camera. The woman on the right is wearing a white shirt and white pants. They are all smiling and holding hands, dancing on a grassy area. In the background, there are dark silhouettes of trees and some distant lights.

Typ 2

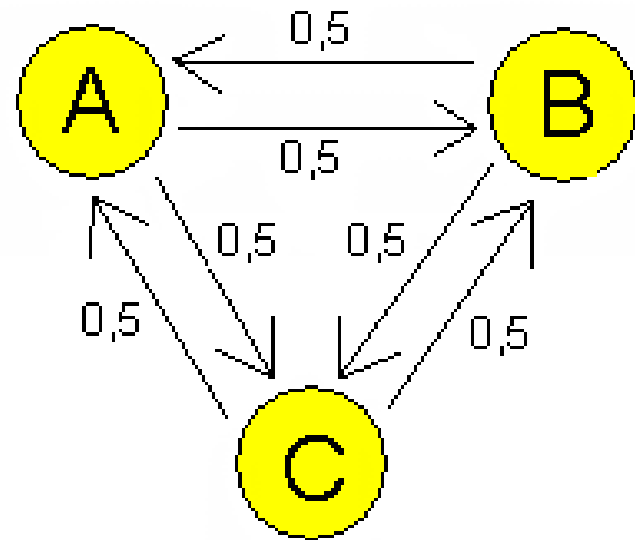
Rodzaje trójkątów

Typ 1



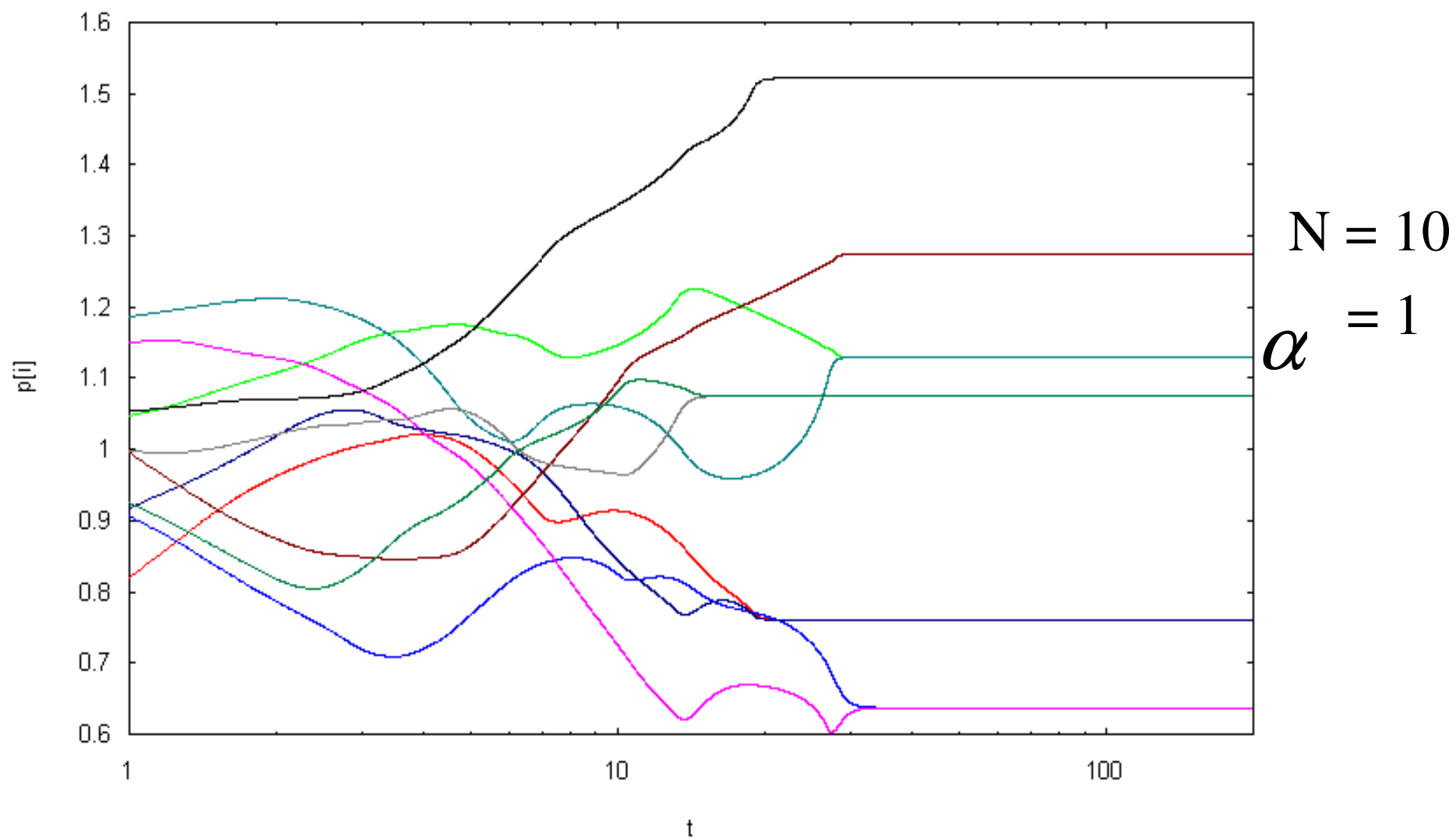
$$p(A) = 2 * p(B) = 2 * p(C)$$

Typ 2

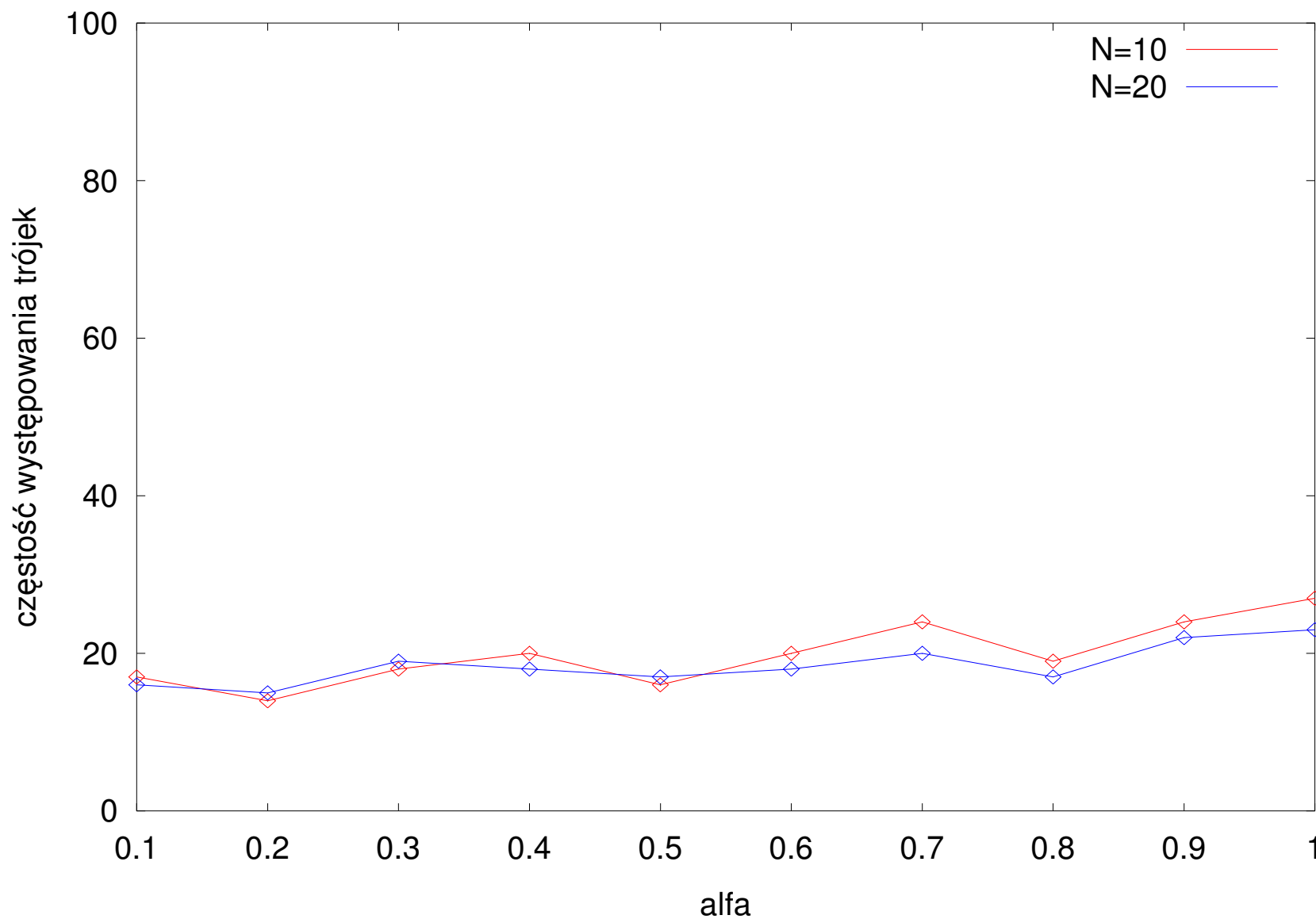


$$p(A) \neq p(B) \neq p(C)$$

Przykład wystąpienia trójkąta - typ 1



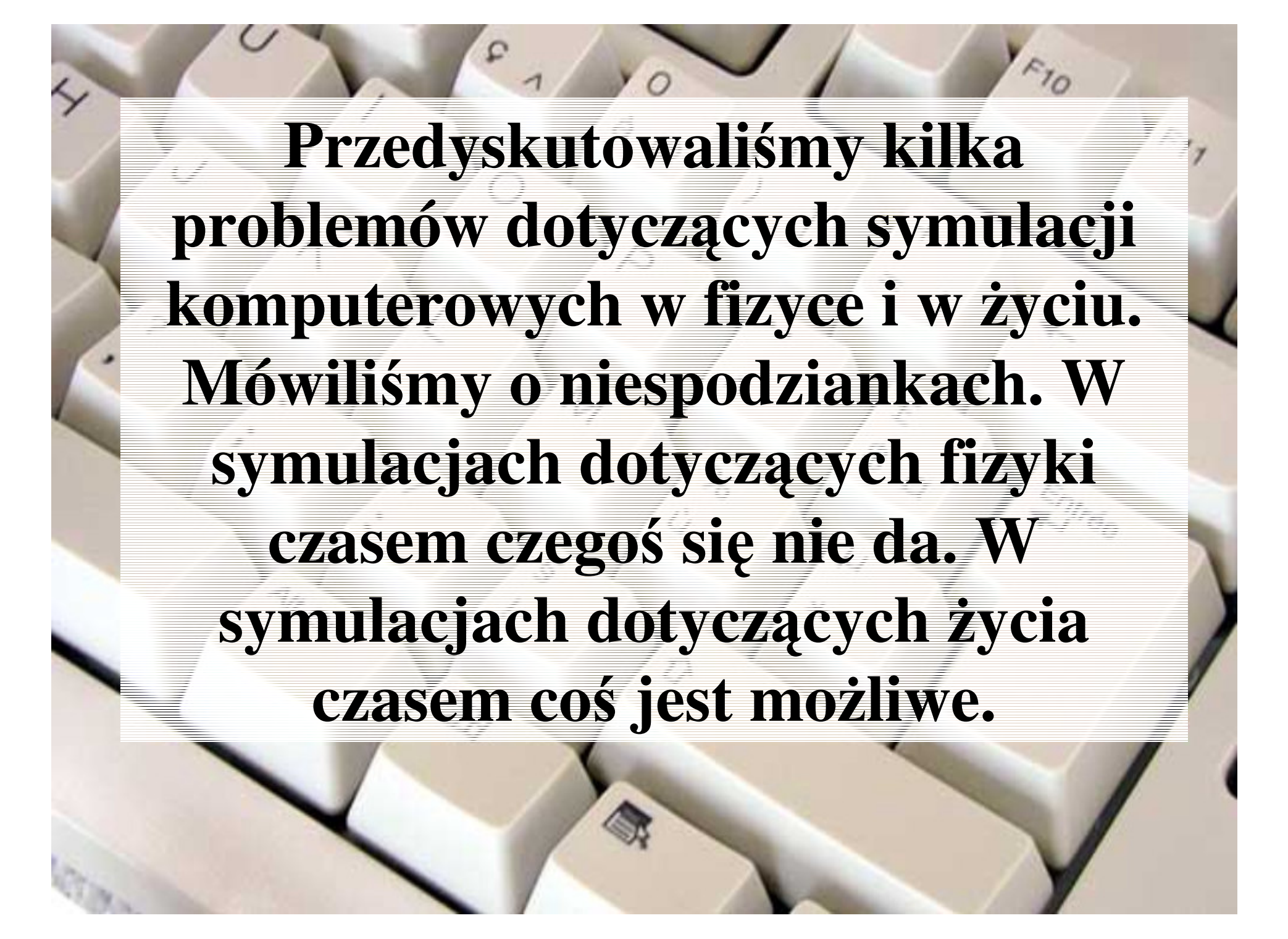
Częstość występowania trójkątów



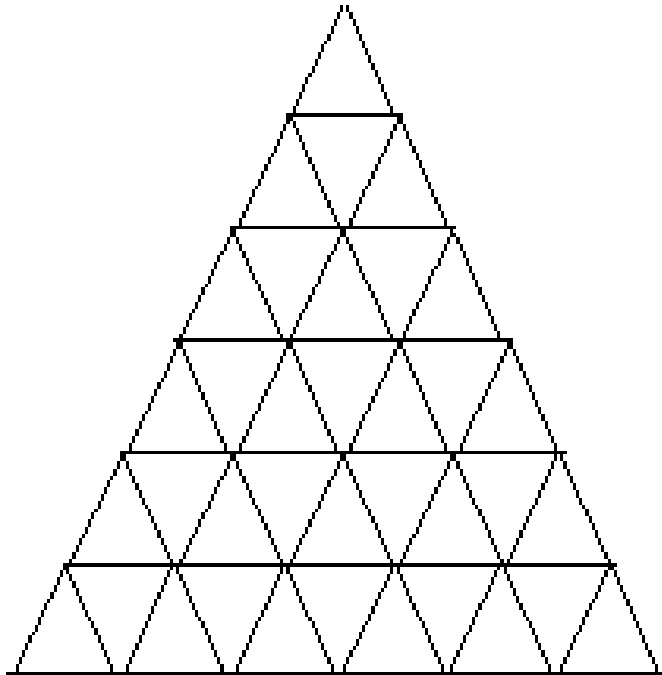
Podsumowanie teorii dimeryzacji:

1. Jeżeli członkowie społeczności reorientują swoje preferencje, nie biorąc pod uwagę ilości zasobów partnerów, to proces dimeryzacji jest o wiele bardziej efektywny. Nikt nie pozostaje samotnie.
2. Z punktu widzenia biologicznego (wymiana genów) i ekonomicznego (wymiana dóbr) takie rozwiązanie jest utopijne. Jednak, jeśli ograniczyć problem do znalezienia partnera, to w ramach modelu rozwiązanie okazuje się skuteczne.



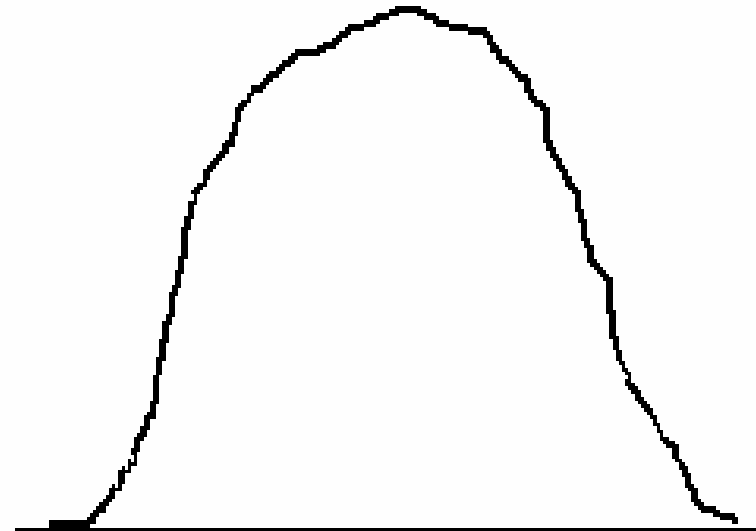


Przedyskutowaliśmy kilka problemów dotyczących symulacji komputerowych w fizyce i w życiu. Mówiliśmy o niespodziankach. W symulacjach dotyczących fizyki czasem czegoś się nie da. W symulacjach dotyczących życia czasem coś jest możliwe.



MATHS OR PHYSICS PAPER

Clear and sharp but, like a house of cards, take away one element and the whole thing falls



SOCIOLOGY PAPER

Nothing like so clear and sharp but, like a pile of sand, the shape collapses only slowly as bits are taken away