

Zadania z fizyki (ELT, Irok) - zestaw 1

1. Proszę policzyć pochodne następujących funkcji:

$$\bullet [\sin x \cos x]' \quad \tan x' \quad [\ln(\sin x^2)]' \quad [(\sin(\ln x^2))^2]' \quad [x^x]'$$

2. Dane są dwa wektory $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ oraz $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$. Proszę obliczyć:
a) długość każdego wektora, b) iloczyn skalarny $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, c) kąt między wektorami, d) kosinusy kierunkowe każdego wektora, e) iloczyn wektorowy $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$.
3. Rozważ czworościan o wierzchołkach O, A, B, C leżących kolejno: w początku układu współrzędnych oraz na osiach x, y, z układu współrzędnych. Położenie punktów A, B i C jest dane wektorami $\vec{A} = a\hat{i}, \vec{B} = b\hat{j}, \vec{C} = c\hat{k}$. Napisz wyrażenie na całkowite pole powierzchni tego czworościanu, które będzie sumą pól odpowiednich trójkątów.
4. Dwie cząstki 1 i 2 poruszają się wzdłuż osi x i y z prędkościami $\mathbf{v}_1 = (2, 0)$ cm/s i $\mathbf{v}_2 = (0, 3)$ cm/s. W chwili $t = 0$ są one w punktach o współrzędnych: $\mathbf{r}_1 = (-3, 0)$ cm oraz $\mathbf{v}_1 = (0, -3)$ cm. Kiedy i gdzie obie te cząstki będą najbliżej siebie?
5. Rozważ pociąg, który może osiągnąć przyspieszenie 20 cm/s^2 i zwalniać z opóźnieniem 100 cm/s^2 . Znajdź najkrótszy czas t , w jakim pociąg może przebyć dystans między dwiema stacjami oddalonymi o $2,7 \text{ km}$.
6. Człowiek znajduje się na brzegu jeziora w punkcie A i musi osiągnąć jak najszybciej punkt B położony na jeziorze (Rys). Odległość punktu B od brzegu wynosi $d = BC$, a odległość $AC = s$. Szybkość z jaką człowiek ten może pływać wynosi v_1 , a szybkość poruszania się po łodzi v_2 ($v_1 < v_2$). Jakie rozwiązanie powinien wybrać ten człowiek: płynąć z punktu A prosto do B czy też przebiec brzegiem pewien odcinek x i dopiero potem popłynąć do celu?

