

EiO IS semestr 3 - zestaw 9

1. Dwie równoległe szyny odległe od siebie o L i spięte na jednym z końców oporem R znajdują się w polu magnetycznym o indukcji B skierowanym prostopadłe do szyn. Po szynach ślizga się bez tarcia pręt o masie m , który zamyka obwód elektryczny. W chwili $t = 0$ prędkość pręta wynosi v_0 . Jak będzie się zmieniać prędkość pręta w czasie? Jaką drogę przebędzie pręt do chwili zatrzymania się? Jaki całkowity ładunek przepłynie przez obwód? Jaka energia zostanie wydzielona na oporniku R ?
2. Wyznacz przyspieszenie, jakie uzyska pręt o masie m i długości l , poruszający się bez tarcia po dwóch równoległych, poziomych szynach połączonych kondensatorem o pojemności C , jeżeli działa na niego pozioma siła zewnętrzna F , a cały układ znajduje się w jednorodnym polu magnetycznym B prostopadłym do pręta oraz do płaszczyzny jego ruchu.
3. Indukcja jednorodnego pola magnetycznego wewnątrz długiego, kołowego przewodnika o promieniu R wzrasta z czasem zgodnie z zależnością: $\mathbf{B} = \beta t$, natomiast na zewnątrz tego przewodnika zanika. Jakie pole elektryczne jest generowane w przestrzeni? Załóż, że pole $\mathbf{B}$ jest równoległe do osi symetrii leżącej wewnątrz przewodnika.
4. Pomiedzy dwiema płytami w kształcie kół o promieniu R natężenie pola elektrycznego wzrasta w czasie: $\mathbf{E} = \epsilon t$. Zakładając, pole elektryczne jest jednorodne i prostopadłe do powierzchni płyt oraz $\mathbf{E}(r > R)$ jakie generowane jest pole $\mathbf{B}$?
5. a) Proszę zapisać równania Maxwella w postaci całkowej i różniczkowej (dokonać odpowiedniego przejścia między tymi postaciami). Na podstawie zasady zachowania ładunku oraz równań Maxwella proszę wyprowadzić równanie ciągłości (ładunku).
6. Wyindukowane pole elektryczne opisane jest wektorem: $\vec{E} = E_0 \cos(2\omega t)\hat{j} - 3E_0 \sin(\omega t)\hat{i}$. Znajdź wektor indukcji pola $\vec{B}$.
7. Proszę zapisać równania Maxwella dla próżni (bez ładunku i prądów) oraz na ich podstawie wyprowadzić równania falowe fali elektromagnetycznej (dla składowej $\vec{E}$ i $\vec{B}$). (ii) Dla płaskiej fali elektromagnetycznej rozchodzącej się w kierunku z składowa elektryczna ma postać: $\vec{E} = E_0 \cos(kz - \omega t)\hat{i}$ - proszę znaleźć postać rozwiązania dla składowej magnetycznej tej fali.
8. Zakładając rozwiązania równań falowych dla pól $\vec{E}$ oraz $\vec{B}$ w postaci fali płaskiej, tj. $\vec{E} = E_0 f(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$, $\vec{B} = B_0 f(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ wykazać, że z równań Maxwella wynikają związki w postaci: (1) $\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega} \times \vec{E}$ (2) $\vec{k} \cdot \vec{B} = \vec{k} \cdot \vec{E} = 0$.
9. Sformułować zasadę zachowania energii w formie równania ciągłości:
$$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \times \vec{S} = 0, \quad (1)$$
gdzie gęstość energii pola e-m $u = \frac{1}{2}(\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2)$, wektor Poyntinga $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$. (ii) Proszę obliczyć wektor Poyntinga dla biegnącej fali płaskiej $\vec{E} = (0, 0, E_0 \cos(ky - \omega t))$. (iii) Policz średnią wielkość wektora Poyntinga i na tej podstawie wielkość natężenia fali e-m i ciśnienia promieniowania, jakie wywiera fala na powierzchnię pochłaniającą.
10. Dany jest jednowymiarowy falowód o szerokości a , rozciągający się w kierunku wektora $\hat{k}$ (bok a jest równoległy do osi x). Do falowodu wpuszczamy falę elektromagnetyczną, dla której pole $\vec{E}$ posiada tylko składową y . Ze względu na fakt, że składowa styczna pola $\vec{E}$ musi znikać na powierzchni metalu musimy narzucić warunki brzegowe: $E_y(x = 0) = E_y(x = a) = 0$. Najprostsze rozwiązanie równania falowego dla fali biegnącej, spełniające te warunki, ma postać: $E_y(x, z, t) = E_0 \sin \frac{\pi x}{a} \exp[i(\omega t - kz)]$. (a) Wstawiając takie rozwiązanie do równania falowego, znaleźć zależność, jaką muszą spełniać wielkości k i ω , aby to rozwiązanie było poprawne (b) Obliczyć prędkość fazową i prędkość grupową dla takiej relacji dyspersji.
11. Udowodnić, że wielkości $\vec{E} \cdot \vec{B}$ oraz $E^2 - c^2 B^2$ są niezmiennikami transformacji Lorentza.