

Zadania z fizyki (MBM, Irok) - zestaw 1

1. Proszę policzyć pochodne następujących funkcji:

$$\bullet [\sin x \cos x]' \quad \tan x' \quad [\ln(\sin x^2)]' \quad [(\sin(\ln x^2))^2]'$$

2. Dane są dwa wektory $\mathbf{a} = 3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ oraz $\mathbf{b} = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 6\mathbf{k}$. Proszę obliczyć: a) długość każdego wektora, b) iloczyn skalarny $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$, c) kąt między wektorami, d) kosinusy kierunkowe każdego wektora, e) iloczyn wektorowy $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$.
3. Dla jakiej wartości parametru m wektory $\vec{AB}$ i $\vec{CD}$ będą prostopadłe, jeżeli $A = (-2, 3, 1)$, $B = (2, 4, 0)$, $C = (2m, 1, m)$, $D = (m, 5, -m)$.
4. Rozważ czworościan o wierzchołkach O, A, B, C leżących kolejno: w początku układu współrzędnych oraz na osiach x, y, z układu współrzędnych. Położenie punktów A, B i C jest dane wektorami $\vec{A} = a\hat{i}, \vec{B} = b\hat{j}, \vec{C} = c\hat{k}$. Napisz wyrażenie na całkowite pole powierzchni tego czworościanu, które będzie sumą pól odpowiednich trójkątów.
5. Dwie cząstki 1 i 2 poruszają się wzdłuż osi x i y z prędkościami $\mathbf{v}_1 = (2, 0)$ cm/s i $\mathbf{v}_2 = (0, 3)$ cm/s. W chwili $t = 0$ są one w punktach o współrzędnych: $\mathbf{r}_1 = (-3, 0)$ cm oraz $\mathbf{v}_1 = (0, -3)$ cm. Kiedy i gdzie obie te cząstki będą najbliżej siebie?
6. Gdy dwa ciała A i B poruszają się ruchem jednostajnym zbliżając się do siebie po tej samej linii prostej, to odległość między nimi zmniejsza się o $s_1 = 240$ m w czasie każdych $t_1 = 3$ s. Jeżeli ciała z tymi samymi prędkościami będą się poruszać w tę samą stronę, to odległość między nimi będzie się zwiększać o $s_2 = 80$ m w ciągu każdych $t_2 = 4$ s. Obliczyć prędkości v_A i v_B obu ciał.
7. Autokar odbył drogę w jedną stronę ze średnią prędkością v_1 , a z powrotem z przeciętną prędkością v_2 . Obliczyć średnią prędkość jazdy autokaru na całej trasie.
8. Na rzece, której prędkość nurtu wynosi $v_{rz} = 5$ km/h płynie statek pasażerski, najpierw w dół rzeki 60 km, a później 10 km w górę. Jaką prędkość średnią musi rozwijać statek, aby cała podróż nie trwała dłużej niż 10 godzin?
9. Samochód jadący z prędkością $v_0 = 36$ km/h w pewnej chwili zaczął hamować tak, że zatrzymał się po upływie $t = 2$ s. Jakie jest opóźnienie ruchu a i jaką drogę s samochód przebył od chwili rozpoczęcia hamowania?
10. Motocyklista rusza z miejsca z przyspieszeniem $a = 1$ m/s² i rozpędza się do szybkości 80 km/h. Po jakim czasie dojedzie do punktu oddalonego o 1 km? Czy szybciej pokona trasę od autobusu, który porusza się ze stałą prędkością 60 km/h?