

Zadania z Rzeczywistej Struktury Materiałów (6)

1. Wykaż, że hydrostatyczny stan naprężeń jest niezmienniczy względem obrotu układu odniesienia.

2. Wykaż, że suma składowych normalnych tensora naprężenia (czyli ślad macierzy) jest niezmiennicza względem obrotu układu odniesienia.

Postępując podobnie, wykaż, że względna zmiana objętości ciała (dylatacja) jest także niezmiennicza.

3. Udowodnij słuszność równania wyrażającego stan równowagi w materiale, przy istnieniu w nim stanu niejednorodnego naprężenia $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x_1, x_2, x_3)$:

$$\sigma_{ij,j} = 0, \text{ lub inaczej: } \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

Wskazówka: Rozważ bardzo małą jednostkową objętość materiału w kształcie sześcianu i jego równowagę statyczną.

4. Wykaż słuszność warunku zgodności, jaki muszą spełniać składowe tensora odkształcenia (przypadek dwuwymiarowy):

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{2 \partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_1 \partial x_2}$$

Wskazówka: rozpocznij od wypisania wyrażień na składowe tensora gradientu przemieszczenia.

5. Wykaż słuszność wzorów na transformację tensora naprężenia do nowego układu współrzędnych uzyskanego przez obrót:

$$\sigma_{ij}' = a_{ik} a_{jl} \sigma_{kl}$$

a) używając zapisu macierzowego,

b) wykonując działania na wskaźnikach.