

## Zadania z Rzeczywistej Struktury Materiałów (6)

1.

a) Znajdź macierz obrotu opisującą przejście od kryształu macierzystego (o strukturze regularnej) do powstałego z niego bliźniaka pierwszego rzędu. Relacja orientacji między kryształem macierzystym i bliźniakiem scharakteryzowana jest osią obrotu  $d$  (jest ona prostopadła do tzw. płaszczyzny *habitus*) oraz kątem obrotu  $\omega = \pi$ .

b) wzdłuż którego kierunku  $t$  w bliźniaku jest skierowana siła, którą przyłożono w kryształ macierzystym w kierunku  $m = [100]$ ? Płaszczyzną *habitus* w kryształ o strukturze RPC jest płaszczyzna (112).

2. Podanie macierzy orientacji  $[a]$ , którą oznaczymy teraz jako  $a$ , określa jednoznacznie orientację kryształu (np. wyrażoną także przez kąty Eulera  $\varphi_1, \Phi, \varphi_2$ ). Do danej orientacji  $a$  można jednak stworzyć orientacje równoważne, gdyż istnieją symetrycznie równoważne orientacje układów kryształu  $C$  i próbki  $M$ :

$$\{C'\} = k\{C\} \quad \text{oraz} \quad \{M'\} = p\{M\}.$$

Symetrie te opisane są macierzami  $k_i$  (dla kryształu) i  $p_j$  (dla próbki); wskaźniki  $i$  oraz  $j$  numerują różne rodzaje symetrii. Wynikają one, np., z istnienia osi symetrii o krotnościach 1, 2, 3 lub 4. I tak np.:

$$k_{00\bar{1}}^4 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ opisuje oś czterokrotną w kierunku } [00\bar{1}] \text{ kryształu o symetrii regularnej,}$$

zaś

$$p_{x_3}^2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ opisuje oś dwukrotną w kierunku } x_3 \text{ układu próbki.}$$

a) Podaj ogólną relację na równoważną macierz orientacji  $a'$  do danej macierzy  $a$ , z uwzględnieniem macierzy symetrii  $k_i$  oraz  $p_j$ . Rozpocznij od równania:  $\{C\} = a\{M\}$ .

b) Spróbuj ustalić, ile będzie różnych macierzy symetrii  $k_i$  dla kryształu o sieci regularnej.

c) Ile będzie różnych macierzy symetrii  $p_j$  dla próbki o symetrii rombowej?

d) Ile zatem będzie równoważnych macierzy  $a'$  odpowiadających danej macierzy  $a$  w przypadku kryształu o symetrii regularnej i rombowej symetrii próbki?

3. Wykaż, że hydrostatyczny stan naprężeń jest niezmienniczy względem obrotu układu odniesienia.

4. Wykaż, że suma składowych normalnych tensora naprężenia (czyli ślad macierzy) jest niezmiennicza względem obrotu układu odniesienia.

Postępując podobnie, wykaż, że względna zmiana objętości ciała (dylatacja) jest także niezmiennicza.

5. Udowodnij słuszność równania wyrażającego stan równowagi w materiale, przy istnieniu w nim stanu niejednorodnego naprężenia  $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(x_1, x_2, x_3)$  :

$$\sigma_{ij,j} = 0, \text{ lub inaczej: } \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

*Wskazówka: Rozważ bardzo małą jednostkową objętość materiału w kształcie sześciangu i jego równowagę statyczną.*