

## Zadania z Rzeczywistej Struktury Materiałów (7)

1. Wykaż słuszność warunku zgodności, jaki muszą spełniać składowe tensora odkształcenia (przypadek dwuwymiarowy):

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_{22}}{\partial x_1^2} = \frac{2 \partial^2 \varepsilon_{12}}{\partial x_1 \partial x_2}$$

*Wskazówka: rozpocznij od wypisania wyrażen na składowe tensora gradientu przemieszczenia.*

2. Wykaż słuszność wzorów na transformację tensora naprężenia do nowego układu współrzędnych uzyskanego przez obrót:

$$\sigma_{ij}' = a_{ik} a_{jl} \sigma_{kl}$$

- a) używając zapisu macierzowego,
- b) wykonując działania na wskaźnikach.

3. Dany jest dwuwymiarowy tensor naprężeń  $\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ . Znajdź wartości własne  $\sigma_{11}'$  i  $\sigma_{22}'$

oraz taki układ współrzędnych, w którym  $\sigma_{ij}' = \begin{bmatrix} \sigma_{11}' & 0 \\ 0 & \sigma_{22}' \end{bmatrix}$ .

(Jest to wyjątkowo prosty przypadek problemu wartości własnych oraz osi głównych).

4. Znajdź wartości własne oraz osie główne tensora naprężeń:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 3 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \text{ MPa}$$

5. Wykaż, jak trzeba przekształcić tensor  $C_{ijkl}$  w macierz  $C_{ij}$  oraz tensor  $S_{ijkl}$  w macierz  $S_{ij}$ , aby poprawne były działania:  $\sigma_i = C_{ij} \varepsilon_j$  oraz  $\varepsilon_i = S_{ij} \sigma_j$  (przejdźcie do notacji macierzowej zwanej też „inżynierską”).

*Wskazówka: zrób rachunek dla wybranej składowej tensora naprężeń (a następnie odkształceń) i zauważ występujące prawidłowości.*