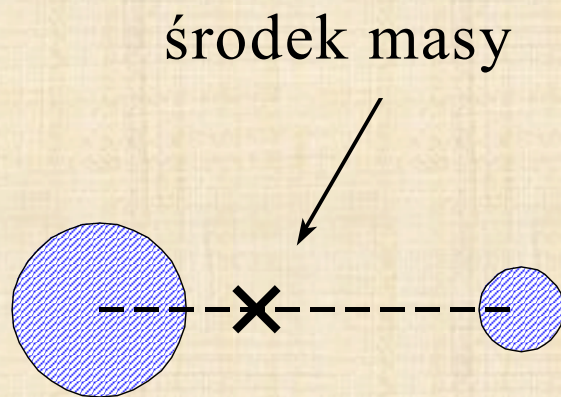


ŚRODEK MASY UKŁADU

Przykładowo, dla układu złożonego z dwóch cząstek :



$$\mathbf{R}_{\text{sm}} = \frac{\mathbf{r}_1 m_1 + \mathbf{r}_2 m_2}{m_1 + m_2}$$

Ogólnie:

$$\mathbf{R}_{\text{sm}} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{r}_i m_i}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

Wyliczmy teraz prędkość środka masy:

$$\mathbf{V}_{\text{sm}} = \frac{d\mathbf{R}_{\text{sm}}}{dt} = \dot{\mathbf{R}}_{\text{sm}}$$

$$\dot{\mathbf{R}}_{\text{sm}} = \frac{\sum_{i=1}^N \dot{\mathbf{r}}_i m_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i m_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{p}_i}{\sum_{i=1}^N m_i} = \frac{\mathbf{P}}{\sum_{i=1}^N m_i}$$

a zatem:

$$\mathbf{V}_{\text{sm}} = \frac{\mathbf{P}}{M} \quad \text{lub} \quad \mathbf{P} = \mathbf{V}_{\text{sm}} M$$

Gdy nie działają siły zewnętrzne :

to $P = \text{const}$, a zatem:

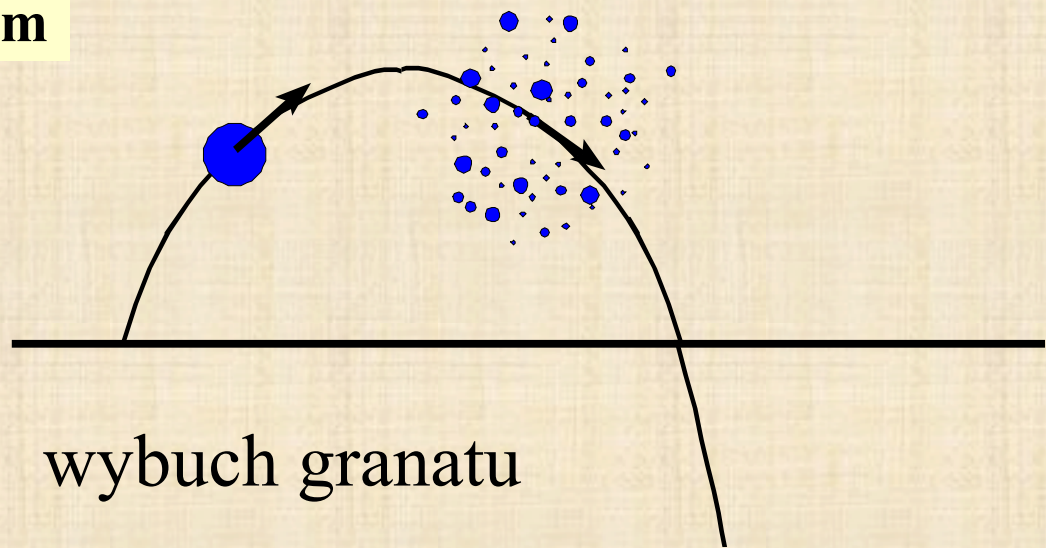
$$V_{\text{sm}} = \text{const}$$

Gdy na układ cząstek działa siła wypadkowa $\mathbf{F}$:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F} = M \frac{d\mathbf{V}_{\text{sm}}}{dt} = M\mathbf{a}_{\text{sm}}$$

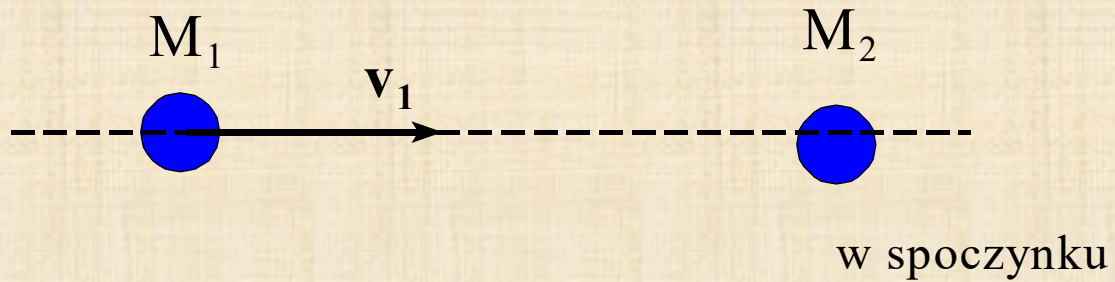
lub:

$$\mathbf{F} = M\mathbf{a}_{\text{sm}}$$

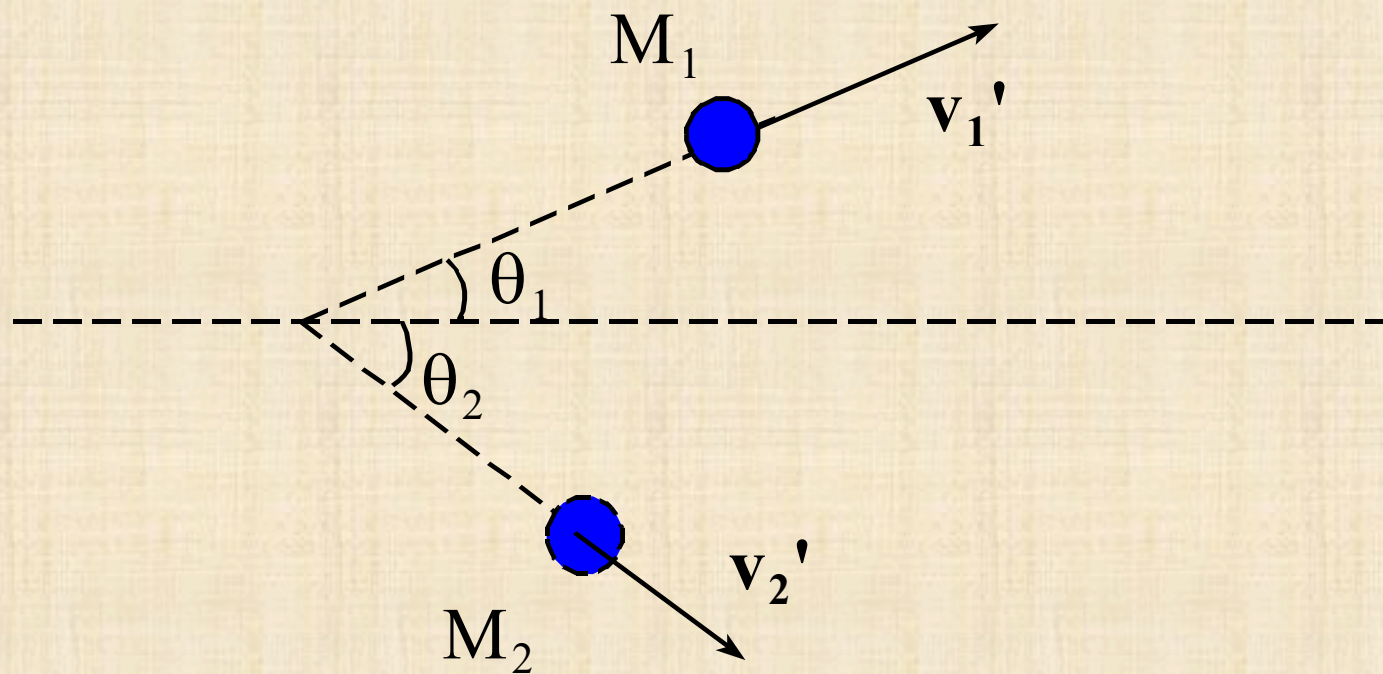


Opis ruchu układu ciał sprowadzony do opisu ruchu środka masy !!!

ZDERZENIA

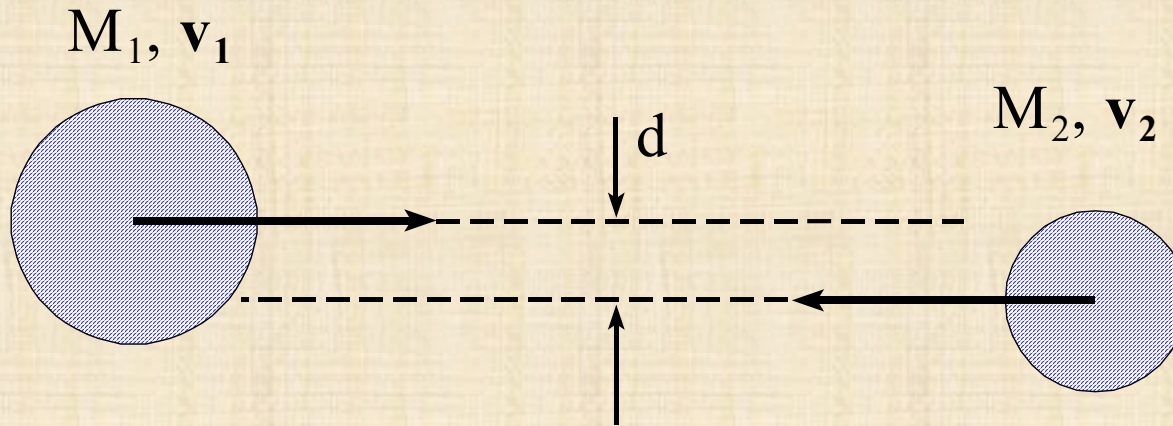


Przed zderzeniem:



Po zderzeniu (zderzenie niecentralne)

Zderzenie centralne i niecentralne



Parametr zderzenia: d

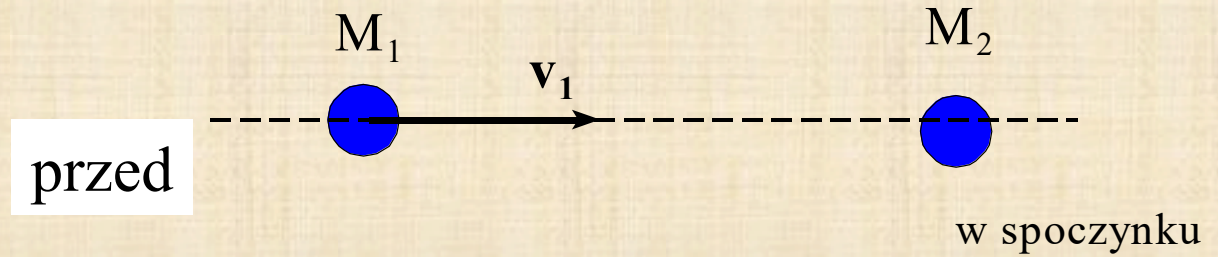
Zderzenie sprężyste i niesprężyste

$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} = \text{const}$$

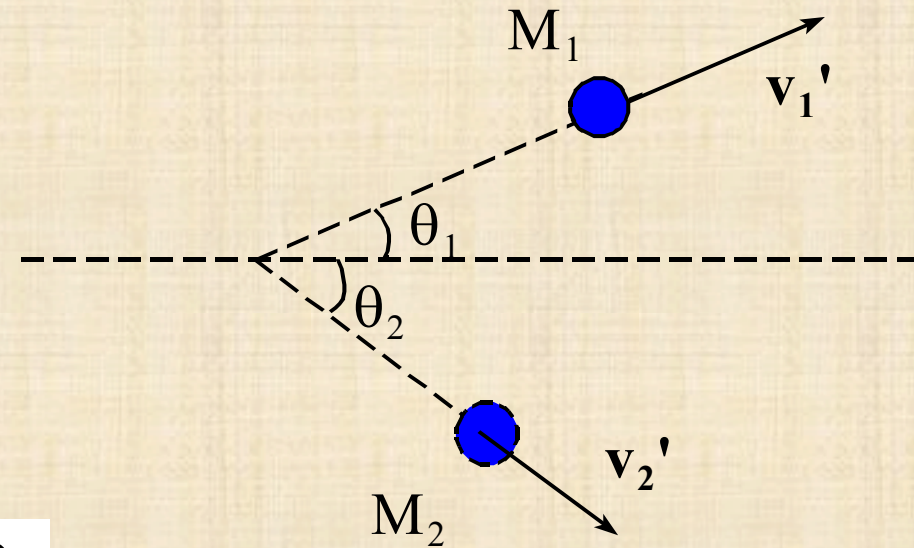
$$E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}} + U = \text{const}$$

Opis zderzenia w układzie laboratoryjnym

$$\mathbf{v}_1 = v_1 \mathbf{x}, \quad \mathbf{v}_2 = 0$$



po



Prawo zachowania pędu:

$$M_1 v_1 = M_1 v_1' \cos \theta_1 + M_2 v_2' \cos \theta_2$$

$$0 = M_1 v_1' \sin \theta_1 - M_2 v_2' \sin \theta_2$$

Jeśli zderzenie jest sprężyste:

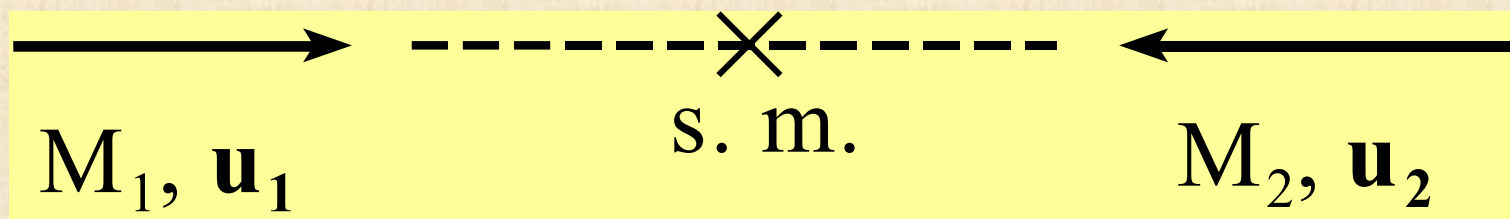
stosujemy prawo zachowania energii mechanicznej:

$$\frac{1}{2} M_1 v_1^2 = \frac{1}{2} M_1 (v_1')^2 + \frac{1}{2} M_2 (v_2')^2$$

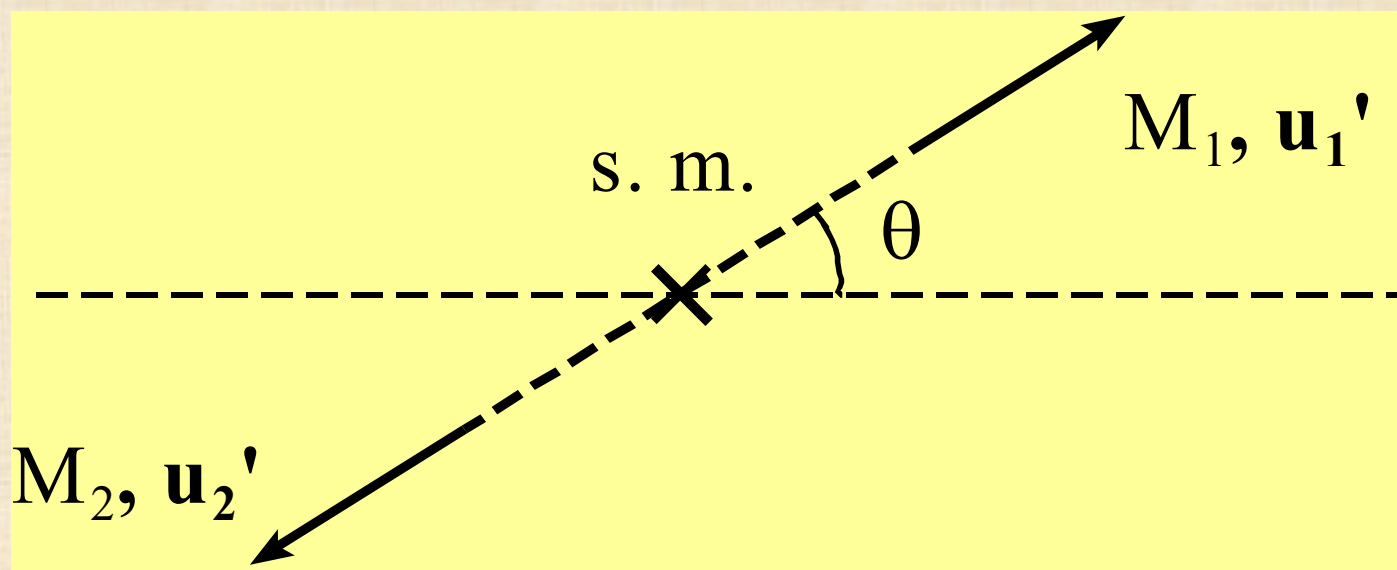
3 równania, 3 niewiadome v_1' , v_2' i θ_2

OPIS ZDERZENIA W UKŁADZIE ŚRODKA MASY

przed zderzeniem:



po zderzeniu:



Opis zderzenia:

$$M_1 u_1 = M_2 u_2$$

$$M_1 u_1' = M_2 u_2'$$

Jeśli zderzenie jest sprężyste (energia kinetyczna jest zachowana) to:

$$M_1 u_1^2 + M_2 u_2^2 = M_1 u_1'^2 + M_2 u_2'^2$$

$$M_1 u_1^2 + \frac{M_1^2}{M_2} u_1^2 = M_1 u_1'^2 + \frac{M_1^2}{M_2} u_1'^2$$

czyli:

$$u_1 = u_1'$$

$$u_2 = u_2'$$

oraz:

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\sin \theta}{\cos \theta + M_1 / M_2}$$

Transformacja (np. do układu laboratoryjnego):

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{u}_1 + \mathbf{V}_{\text{sm}}; \quad \mathbf{v}_2 = \mathbf{u}_2 + \mathbf{V}_{\text{sm}}$$

$$\mathbf{v}_1' = \mathbf{u}_1' + \mathbf{V}_{\text{sm}}; \quad \mathbf{v}_2' = \mathbf{u}_2' + \mathbf{V}_{\text{sm}}$$

A zatem który opis jest prostszy ?